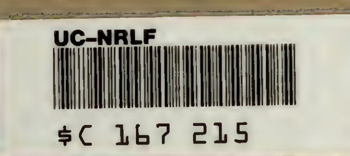

UC-NRLF
$C 167 215



SECHSSTELLIGE TAFELN

DER

BESSEL'SCHEN FUNKTIONEN IMAGINÄREN ARGUMENTES

VON

PROF. DR. E. ANDING
DIREKTOR DER HERZOGLICHEN STERNWARTE ZU GOTHA

LEIPZIG
VERLAG VON WILHELM ENGELMANN
1911

Inhalt.

Tafeln.

$\log L_0(x)$ und $\log \frac{1}{x} L_1(x)$

$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$ | $\log \sqrt{x} L_0(x)$ | $\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$ | $\log \sqrt{x} L_1(x)$

Vorbemerkung.

Über die Veranlassung, die Entstehung, den Zweck und die Genauigkeit dieser Tafeln gibt der Text selbst Auskunft, nämlich S. 7, S. 9 vorletzter Absatz, S. 12 erster Absatz, S. 25, 26.

Öffentlicher Dank gebührt Herrn Offiziant Hesselbarth in München, der bei den Zahlenrechnungen ausgiebig mitgewirkt hat, und Herrn Kapitänleutnant Schade in Gotha, der mich beim Korrekturenlesen wirksam unterstützt hat.

Hinzuzufügen ist noch, daß im Gebiet $x > 10$ bei den Kolumnen $\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$ und $\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$, welche aus der Reihensummierung hervorgegangen sind, der letzten Dezimale, wenn sie $= 5$ ist, das Zeichen $+$ oder $-$ angehängt wurde, um anzudeuten, daß man bei einer Abkürzung auf 5 Dezimalen nach oben oder nach unten abzurunden hätte. Ist das Zeichen 0 angehängt, so ist die Abrundung gleichgültig.

Gotha, Mai 1911.

Der Verfasser.

I. Allgemeines.

1.

Denkt man sich die Verteilungsfunktion (der Beobachtungsfehler, der Geschwindigkeiten, oder irgend welcher Größen)

$$e^{-\frac{\Delta^2}{\varepsilon^2}} \tag{1}$$

durch Rotation um die Ordinatenachse über eine Ebene hin ausgebreitet, so daß Δ den Radiusvektor vom Mittelpunkt der Funktion nach einem beliebigen Punkt der Ebene bezeichnet, so kann die Aufgabe entstehen, diese Funktion längs irgend einer Kreisperipherie zu integrieren, welche gegen die Funktion exzentrisch gelegen ist.

Vom Zentrum dieser Kreisperipherie habe der Mittelpunkt der Funktion die Entfernung ϱ_0, während einem beliebigen Punkt der Ebene gegen dasselbe Zentrum die Entfernung ϱ' zukommen möge. Nennt man noch ϑ den Winkel zwischen ϱ_0 und ϱ', so schreibt sich die Verteilungsfunktion 1) in bezug auf das Zentrum der Kreisperipherie als Anfangspunkt der Koordinaten folgendermaßen:

$$\frac{1}{\varepsilon^2\pi} e^{-\frac{1}{\varepsilon^2}(\varrho_0^2 + \varrho'^2 - 2\varrho_0\varrho' \cos\vartheta)} \varrho' d\varrho' d\vartheta, \tag{2}$$

wo der konstante Faktor so gewählt ist, daß das Integral, wenn es auf die ganze Ebene ausgedehnt wird, den Wert 1 erhält.

Die Aufgabe kommt dann, unter der Bezeichnung

$$x = \frac{2\varrho_0\varrho'}{\varepsilon^2},$$

darauf hinaus, das Integral zu berechnen:

$$L_0(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta} d\vartheta. \tag{3}$$

Sucht man überdies den Schwerpunkt von allen Häufigkeitswerten 2), so hat man unter dem Integralzeichen mit $\varrho' \cos\vartheta$ zu multiplizieren, und man kommt auf das Integral

$$L_1(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta} \cos\vartheta\, d\vartheta. \tag{4}$$

Multipliziert man endlich unter dem Integralzeichen mit einer endlichen Potenz der Koordinaten, so kommt man auf

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta}\cos^n\vartheta\,d\vartheta$$

oder, was wir vorziehen, auf

$$L_n(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta}\cos n\vartheta\,d\vartheta\,. \tag{5}$$

2.

Diese Funktionen $L_n(x)$ sind bis auf einen konstanten Faktor identisch mit den Bessel'schen Funktionen rein imaginären Argumentes.

Dies zu beweisen, setze man in der Definitionsgleichung der Bessel'schen Funktionen, welche 5) entspricht, nämlich

$$J_n(y) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(y\sin\omega - n\omega)\,d\omega,$$

$y = \sqrt{-1}\,x$, und sondere den reellen vom imaginären Bestandteil:

$$J_n(\sqrt{-1}x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi (e^{x\sin\omega}+e^{-x\sin\omega})\cos n\omega\,d\omega + \sqrt{-1}\,\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi (e^{x\sin\omega}-e^{-x\sin\omega})\sin n\omega\,d\omega. \tag{a}$$

Ist dann n eine gerade Zahl, so heben sich im zweiten Integral die Elemente für ω und $\pi-\omega$ gegenseitig auf, und die beiden Glieder des ersten Integrales

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi e^{x\sin\omega}\cos n\omega\,d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi e^{-x\sin\omega}\cos n\omega\,d\omega$$

ziehen sich durch die Substitutionen

$$\omega = \frac{\pi}{2} - \vartheta, \quad \text{bzw.} \quad \omega = \vartheta - \frac{\pi}{2}$$

zusammen in

$$J_n(\sqrt{-1}x) = \frac{\cos\frac{n\pi}{2}}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{x\cos\vartheta}\cos n\vartheta\,d\vartheta = \frac{\cos\frac{n\pi}{2}}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta}\cos n\vartheta\,d\vartheta. \tag{b}$$

Ist aber n eine ungerade Zahl, so verschwindet in a) das erste Integral, und die beiden Teile des zweiten Integrales

$$\sqrt{-1}\,\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi e^{x\sin\omega}\sin n\omega\,d\omega - \sqrt{-1}\,\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi e^{-x\sin\omega}\sin n\omega\,d\omega$$

geben durch dieselben zwei Substitutionen

$$J_n(\sqrt{-1}\,x) = \sqrt{-1}\,\frac{\sin\frac{n\pi}{2}}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{x\cos\vartheta}\cos n\vartheta\, d\vartheta = \sqrt{-1}\,\frac{\sin\frac{n\pi}{2}}{\pi}\int_0^{\pi} e^{x\cos\vartheta}\cos n\vartheta\, d\vartheta. \quad \text{c)}$$

Beide Formeln, b) und c), vereinigen sich aber in

$$J_n(\sqrt{-1}\,x) = \sqrt{-1}^{\,n}\,\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{x\cos\vartheta}\cos n\,\vartheta\, d\vartheta$$

oder

$$L_n(x) = \frac{1}{\sqrt{-1}^{\,n}}\cdot J_n(\sqrt{-1}\,x)\,, \qquad 6)$$

womit die Behauptung bewiesen, und der konstante Faktor gefunden ist.

3.

Wegen dieses Zusammenhanges mit den Bessel'schen Funktionen müssen sich alle $L_n(x)$ auf die zwei ersten, nämlich auf $L_0(x)$ und $L_1(x)$ reduzieren lassen.

In der Tat, integriert man 5) partiell:

$$L_n(x) = \frac{x}{n\pi}\int_0^{\pi} e^{x\cos\vartheta}\sin\vartheta\,\sin n\vartheta\, d\vartheta,$$

so entsteht die Rekursionsformel:

$$n\,L_n(x) = \frac{x}{2}\big(L_{n-1}(x) - L_{n+1}(x)\big)\,. \qquad 7)$$

Man wird sie — wie bei den J reellen Argumentes — so anwenden, daß man

$$p_\varkappa = \frac{L_\varkappa}{L_{\varkappa-1}}$$

setzt und dann mittels

$$p_\varkappa = \frac{1}{\frac{2\varkappa}{x} + p_{\varkappa+1}} \qquad 8)$$

die p mit dem niederen Index aus denen mit dem höheren Index berechnet. Dann ist

$$L_n(x) = L_0(x)\cdot p_1 p_2 p_3 \cdots p_n\,. \qquad 9)$$

Um nun mit p_n zu beginnen, wird man ebenfalls mit einem höheren $p_{n+\nu}$ anfangen und ebenso rechnen müssen:

$$p_{n+\nu} = \frac{1}{\frac{2(n+\nu)}{x} + p_{n+\nu+1}} \cdots p_n = \frac{1}{\frac{2n}{x} + p_{n+1}}\,.$$

Es handelt sich mithin noch um den Ausgangswert $p_{n+\nu+1}$.

4.

Ist x eine kleine Zahl, etwa 1, 2, 3, so wird

$$a = \frac{2(n+\nu)}{x}$$

hinreichend groß sein, um $p_{n+\nu+1} = 0$ als Näherungswert verwenden zu können. Denn ein Fehler in $p_{n+\nu+1}$ — hier zunächst der ganze Betrag — geht erst mit dem Faktor

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2$$

in den Wert von $p_{n+\nu}$ ein, usw. Hiernach kann man im gegebenen Fall leicht bemessen, mit welchem ν anzufangen ist, wenn p_n und mithin auch alle $p_{n-1}, \ldots$ eine vorgeschriebene Genauigkeit erreichen sollen.

Ist x größer, etwa 10, so müßte man ν beträchtlich höher wählen. Diese Mehrarbeit abzukürzen, setzt man aber nicht mehr $p_{n+\nu+1} = 0$, sondern man zieht Nutzen davon, daß

$$a = \frac{2(n+\nu)}{x}, \quad \frac{2(n+\nu+1)}{x}, \quad \ldots$$

nicht stark voneinander verschieden sein werden. Aus

$$p_{n+\nu+1} = \cfrac{1}{\cfrac{2(n+\nu+1)}{x} + \cfrac{1}{\cfrac{2(n+\nu+1)}{x} + \cfrac{1}{\cfrac{2(n+\nu+1)}{x} + \cdots}}}$$

folgt aber

$$p_{n+\nu+1} = \sqrt{\left(\frac{n+\nu+1}{x}\right)^2 + 1} - \frac{n+\nu+1}{x}, \tag{10}$$

so daß sich der Ausgangswert ergibt aus

$\frac{2(n+\nu+1)}{x}$	$p_{n+\nu+1}$	$\frac{2(n+\nu+1)}{x}$	$p_{n+\nu+1}$
0.5	0.7808	5.0	0.1926
1.0	0.6180	6.0	0.1623
1.5	0.5000	7.0	0.1401
2.0	0.4142	8.0	0.1231
3.0	0.3028	9.0	0.1098
4.0	0.2361	10.0	0.0990

Ist x noch größer, etwa 100, so wird man ebenso verfahren können; aber wenn dann

$$\frac{2(n+\nu+1)}{x}$$

erheblich kleiner als 1 ist, so leitet man den Ausgangswert besser auf dem umgekehrten Wege ab. Setzt man nämlich

$$p_1 = 1 - \varepsilon\,,$$

so ist, wie wir sehen werden, nahezu

$$\varepsilon = \frac{1}{2x}.$$

Wenn man nun das Quadrat dieser Größe vernachlässigt, sonst aber erst

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3, \quad \left(\frac{4}{x}\right)^3, \quad \left(\frac{6}{x}\right)^3, \quad \cdots$$

wegläßt, so erhält man durch fortgesetzte Anwendung der Formel

$$p_{\varkappa+1} = \frac{1}{p_\varkappa} - \frac{2\varkappa}{x}\,, \tag{11}$$

welche durch Umkehrung von 8) entsteht, der Reihe nach:

$$p_2 = 1 + \varepsilon - \frac{2}{x}$$

$$p_3 = 1 - \varepsilon - \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2$$

$$p_4 = 1 + \varepsilon - \frac{4}{x}$$

$$p_5 = 1 - \varepsilon - \frac{4}{x} + \left(\frac{4}{x}\right)^2$$

und allgemein:

$$\left.\begin{aligned} p_{2\varkappa} &= 1 + \frac{1}{2x} - \frac{2\varkappa}{x} \\ p_{2\varkappa+1} &= 1 - \frac{1}{2x} - \frac{2\varkappa}{x} + \left(\frac{2\varkappa}{x}\right)^2 \end{aligned}\right\}. \tag{12}$$

Einen dieser zwei Werte also faßt man auf als das $p_{n+\nu+1}$ und rechnet dann wie früher nach 8) vom höheren zum niederen Index.

Ist aber speziell bei solchen großen x der Wert

$$\frac{2n}{x}$$

nicht weit von 0 entfernt, so wird man den soeben zur Aufsuchung des Näherungswertes benutzten Weg jetzt zur Rechnung selbst verwenden, indem man nach der Formel 11) streng vom niederen zum höheren Index fortschreitet, nachdem man von einem p_1 ausgegangen ist, das man aus den Tafeln durch Division von L_1 durch L_0 gebildet hat. — Weit darf man auf diesem Wege nicht fortschreiten, weil die p sukzessiv ungenauer werden. Braucht man aber L_n nur auf vier Dezimalen, so kommt es dem Verfahren zustatten, daß p_1 sechsstellig aus den nachfolgenden Tafeln entnommen werden kann.

5.

Als Beispiel sei zu berechnen $L_5(10)$. Um die Abweichungen schärfer hervortreten zu lassen, soll sechsstellig gerechnet werden.

Jenachdem man von p_{11} oder von p_{10} ausgeht, gibt das Täfelchen S. 4:

$\frac{2\cdot 11}{10}$	p_{11}	$\frac{2\cdot 10}{10}$	p_{10}
$= 2.2$	etwa $= 0.39$	$= 2.0$	etwa $= 0.41$.

Dann folgt nach 8):

$p_{10} = 0.418\,410$	
$p_9 = 0.450\,773$	$p_9 = 0.452\,489$
$p_8 = 0.487\,621$	$p_8 = 0.487\,213$
$p_7 = 0.529\,768$	$p_7 = 0.529\,881$
$p_6 = 0.578\,112$	$p_6 = 0.578\,075$
$p_5 = 0.633\,669$	$p_5 = 0.633\,683$.

Hier steht man an der Stelle, von welcher die Zahlen wirklich gebraucht werden. Schreibt man die Logarithmen hin und fügt der Vergleichung halber nun auch eine dritte Kolumne hinzu, welche auf dem umgekehrten Wege mit der Formel 11) berechnet ist, nachdem man mittels der Tafelwerte

$$\log L_0(10) = 3.449\,589$$
$$\log L_1(10) = 3.426\,672$$

einen Ausgangswert gebildet hat, nämlich

$$\log p_1 = 9.977\,083\,,$$

so folgt:

$\log p_5 =$	9.801 862 ↓	9.801 872 ↓	9.801 856
$\log p_4 =$	9.843 551	9.843 547	9.843 554
$\log p_3 =$	9.886 889	9.886 891	9.886 888
$\log p_2 =$	9.931 551	9.931 550	9.931 552 ↑
$\log p_1 =$	9.977 084	9.977 084	9.977 083
$\log L_0 =$	3.449 589	3.449 589	3.449 589
$\log L_5 =$	2.890 526	2.890 533	2.890 522
$L_5(10) =$	777.188	777.200	777.180 .

Die erste Rechnung ist als streng zu betrachten; die zweite zeigt die Wirkung einer unzureichenden Ausgangsnäherung; das dritte, umgekehrte Verfahren aber würde man bei $x = 10$ noch nicht anwenden.

6.

Von jetzt ab handelt es sich um die Berechnung von L_0 und L_1.

Diese Zahlen wurden bei einer stellarastronomischen Untersuchung des Verfassers[1]) auf vier Dezimalen gebraucht. Damit aber die Tafeln möglichst nahe in dem Sinne exakt wären, wie man es bei einer Logarithmentafel annimmt, wurde die Rechnung sechsstellig geführt. Doch zeigte sich, daß es dann nicht ökonomisch gewesen wäre, diese Mehrarbeit, nachdem sie einmal vorlag, verloren gehen zu lassen: denn durch geeignete Korrektionen ließ sich erreichen, daß die Tafeln in der sechsten Stelle auf vielleicht eine Einheit als richtig zu betrachten waren. Im späteren Teil ($x > 10$) ist die Genauigkeit eine größere.

Die Tafeln sollen daher gewissermaßen einen Thesaurus bilden, welcher sich möglichst nahe an die Rechnungsresultate selbst anschließt, und welcher das Material darlegen soll, aus dem man durch Umformung der Resultate oder durch Abkürzung der Dezimalenzahl oder durch andere Abstufung der Intervalle oder sonstwie diejenigen Tafeln herstellen kann, welche den Ursprung der Zahlen außer acht lassen dürfen, dafür aber bestimmten praktischen Zwecken angepaßt sind.

---

1) Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum. Zweiter Abschnitt. Leipzig 1910. Kapitel VII.

II. L_0 und L_1 für x kleiner als 10.

1.

Solange x klein ist, wird man L_0 und L_1 kaum einfacher berechnen können, als durch die Reihen, die man aus

$$L_0(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta}\,d\vartheta \qquad L_1(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta}\cos\vartheta\,d\vartheta$$

durch Entwickeln der Exponentialgröße erhält:

$$L_0(x) = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 4^2} + \frac{x^6}{2^2 4^2 6^2} + \cdots \tag{1}$$

$$L_1(x) = \frac{x}{2}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{3}\frac{x^4}{2^2 4^2} + \frac{1}{4}\frac{x^6}{2^2 4^2 6^2} + \cdots\right]. \tag{2}$$

Die Koeffizienten waren für 1) wie für 2) mit der sechsstelligen Tafel sorgfältig berechnet worden. Die Summe der Numeri der Glieder erschien dann in mindestens 7 Dezimalen. Hiervon wurde, wieder mit der sechsstelligen Tafel, der Logarithmus aufgeschlagen und dabei die Abrundung so gewählt, wie es der Verlauf der Differenzen der Numeri forderte.

In L_1 wurde der Faktor x, oder vielmehr ein Glied $\log x$, nicht aufgenommen, weil sonst die Differenzen unbequem groß geworden wären. Dagegen ist der Nenner 2 berücksichtigt worden, zumal da wegen der Nullen in der siebenten und achten Dezimale von $\log 2$ die Abrundung nicht alteriert wird.

2.

Auch die $\log x$ waren sechsstellig hingeschrieben. Nachdem dann aber beschlossen war, die Tafel selbst sechsstellig zu geben, mußte die siebente Dezimale von $\log x$ durch das Potenzieren zur Wirkung gelangen.

Aus

$$L_0 = 1 + [9.3979]\cdot x^2 + [8.1938]\cdot x^4 + [6.6375]\cdot x^6 + \cdots$$

oder

$$\Delta L_0 = (2\cdot[9.3979]\cdot x + 4\cdot[8.1938]\cdot x^3 + 6\cdot[6.6375]\cdot x^5 + \cdots)\,\Delta x$$

folgt aber wegen

$$\Delta x = \frac{1}{\log e}\, x\,\Delta \log \text{brigg}\, x$$

die Verbesserung

$$\Delta L_0 = ([0.0611]\cdot x^2 + [9.1581]\cdot x^4 + [7.7779]\cdot x^6 + \cdots)\Delta \log \text{brigg}\, x \quad 3)$$

und ebenso

$$\Delta\left(\frac{2}{x}L_1\right) = ([9.7601]\cdot x^2 + [8.6810]\cdot x^4 + [7.1758]\cdot x^6 + \cdots)\Delta \log \text{brigg}\, x. \quad 4)$$

Für jedes einzelne Glied von 3) und 4) wurde ein Täfelchen hergestellt, ferner aus einer Vergleichung der sechsstelligen mit der siebenstelligen Tafel die Ziffer $\Delta \log \text{brigg}\, x$ entnommen und dann die Verbesserung jedem berechneten Einzelgliede von 1) und 2) hinzugefügt.

Man hätte zwar 3) und 4) auch generell berechnen können: so aber wurde die Differenzenkontrolle der Einzelglieder von 1) und 2) gesichert.

3.

Die Rechnung nach 1) und 2) wird um so beschwerlicher, je größer x wird.

Dieses Verhalten besteht auch bei den reellen Bessel'schen Funktionen. Daher hat Poisson[1]) für $J_0(x)$ eine halbkonvergente Reihe, die nach fallenden Potenzen von x fortschreitet, abgeleitet, ohne jedoch ihren Rest zu bestimmen; dieselbe Entwicklung hat für J_0 und J_1 unabhängig davon auch Hansen[2]) gegeben. Lipschitz[3]) endlich hat gezeigt, daß der Fehler stets kleiner ist als das letzte mitgenommene Glied.

Die fallenden Reihen für L_0 und L_1 hat der Verfasser an anderer Stelle[4]) schon angegeben. Da die Vorzeichen nicht abwechseln, wie bei den reellen J, so kann man sie nicht als eigentlich halbkonvergent bezeichnen, obzwar die Glieder ebenfalls bis zu einer gewissen Stelle abnehmen. Das Restglied von Lipschitz aber läßt sich nicht auf unseren Fall brauchbar übertragen.

Hierdurch sind die nachstehenden Untersuchungen veranlaßt, durch welche der Fehler auf einen Spielraum eingegrenzt wird, der praktisch verschwindend klein ist.

Da diese Reihen, im Gegensatz zu 1) und 2), mit wachsendem x immer bequemer werden, so wäre der rechnerische Arbeitsaufwand am kleinsten gewesen, wenn die Trennungsstelle der beiden Methoden so gelegt worden wäre, daß man dort nach steigenden und hier nach fallenden Potenzen die gleiche Gliederzahl nötig gehabt hätte. Da jedoch während des ersten Teiles der Rechnung die Restbetrachtung in ihrer jetzigen Einfachheit noch nicht vorlag, so wurde die Rechnung nach dem ersten Verfahren bis zu $x = 10$ geführt; und diese Grenze wurde, der runden Zahl zuliebe, auch in der Anordnung der Resultate nachstehend festgehalten.

1) Journal de l'école polytechnique, Cahier 19.
2) Ermittlung der absoluten Störungen in Ellipsen von beliebiger Exzentrizität und Neigung.
3) Crelles Journal, Bd. 56.
4) Kritische Untersuchungen . . ., zweiter Abschnitt, Kapitel VI.

III. L_0 oberhalb $x = 10$.

1.

Um $L_0(x)$ in eine Reihe zu verwandeln, die bei großen x zur numerischen Rechnung besonders geeignet sein soll, gehen wir wieder von der Integralform aus

$$L_0(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{x\cos\vartheta}\, d\vartheta. \tag{1}$$

Substituiert man

$$\cos\vartheta = 1 - 2z^2,$$

so wird

$$L_0(x) = \frac{2e^x}{\pi}\int_0^1 \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}}\, dz. \tag{2}$$

Da der Nenner für $z = 1$ den Wert 0 annimmt, so zerlegen wir das Integral in zwei Teile:

$$L_0(x) = \frac{2e^x}{\pi}\int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}}\, dz + \frac{2e^x}{\pi}\int_{z_1}^1 \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}}\, dz,$$

indem wir uns die genauere Wahl der Zwischengrenze z_1 noch vorbehalten, und führen im zweiten Integral durch

$$u^2 = 1 - z^2$$

eine neue Variable ein. Setzt man auch

$$u_1^2 = 1 - z_1^2, \tag{3}$$

so kann man schreiben:

$$L_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\sqrt{2x}\int_0^{z_1}\frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}}\, dz + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\, e^{-2x}\cdot\sqrt{2x}\int_0^{u_1}\frac{e^{+2xu^2}}{\sqrt{1-u^2}}\, du\right). \tag{4}$$

Was zunächst die Größenordnung des ersten Klammergliedes betrifft, so nimmt der Nenner nicht mehr den Wert 0 an; vielmehr werden diejenigen Integrationselemente, in denen der Nenner stärker von der Einheit abweicht, wegen des großen x durch den Zähler sehr stark niedergedrückt. Darf man aber zur Feststellung der Größenordnung den Nenner durch die Einheit ersetzen, so darf man statt z_1 auch ∞ schreiben; dann aber bleibt:

$$\sqrt{2x}\int_0^\infty e^{-2xz^2}dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,.$$

Mithin ist das erste Glied der Klammer von der Ordnung der Einheit.

Wenn wir daher bei der genaueren Berechnung der Klammer 4) kleine Größen additiv abtrennen werden, so wird der numerische Wert einer solchen Korrektion zugleich ihren verhältnismäßigen Wert angeben.

2.

Als eine solche Ergänzung ist in der Klammer 4) zunächst das zweite Glied selbst zu betrachten:

$$S_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{u_1} \frac{e^{2xu^2}}{\sqrt{1-u^2}} du\,. \qquad 5)$$

Entwickelt man den Nenner und in jedem Glied wieder den Zähler, und integriert man, indem man setzt:

$$v_1^2 = 2xu_1^2\,, \qquad 6)$$

so wird

$$S_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot v_1 (E_0 + E_0' \cdot u_1^2 + E_0'' \cdot u_1^4 + \cdots)\,, \qquad 7)$$

wobei

$$E_0 = 1 + \frac{1}{3}\frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{5}\frac{v_1^4}{1\cdot 2} + \cdots$$

$$E_0' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{7}\frac{v_1^4}{1\cdot 2} + \cdots\right) < E_0$$

$$E_0'' = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\frac{v_1^2}{2} + \frac{1}{9}\frac{v_1^4}{1\cdot 2} + \cdots\right) < E_0.$$

Auf alle Fälle soll nun x mindestens $= 10$ sein. Hat man dann — vgl. Art. 1 — die Zwischengrenze z_1 so gewählt, daß nach 3) und 6) v_1 von der Größenordnung wie die Einheit wird, so sind in 7) die nachfolgenden Glieder von höherer Ordnung als das erste, wenn man $1:20$ als eine Größe erster Ordnung auffaßt. Mithin ist

$$S_0 \text{ von der Ordnung wie } \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot v_1 E_0(v_1) \cdot e^{-2x}. \qquad 8)'$$

Hiervon unterscheiden wir zunächst noch den speziellen Fall, daß v_1 direkt $= 1$ gewählt war. Dann ist

$$E_0(1) = 1.4627$$

und mithin

$$S_0 \text{ von der Ordnung wie } 1.6504 \cdot e^{-2x}. \qquad 8)$$

Nun sind die nachfolgenden Tafeln, welche den Wert der Klammer von 4) auf sechs Dezimalen hinter dem Komma angeben, so berechnet worden, daß eine Einheit der siebenten Dezimale (oder wegen der Abrundung eine halbe Einheit) mitgenommen wurde. Für $x > 10$ wird aber nach 8)

$$S_0 < 0.000\,000\,003\,402 \qquad 8)_a$$

und mithin darf das zweite Glied von 4) aus unserer Betrachtung ausscheiden.

3.

Im ersten Glied der Klammer von 4) entwickeln wir den Nenner bis zur Potenz $2n$, deren spezielle Wahl wir uns noch vorbehalten:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}}\, dz =$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} z^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} z^4 + \cdots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} z^{2n}\right) dz + R_0(n+1) \qquad 9)$$

und suchen für den Rest

$$R_0 = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \text{ mal}$$

$$\int_0^{z_1} e^{-2xz^2} z^{2n+2} \left(1 + \frac{2n+3}{2n+4} z^2 + \frac{(2n+3)(2n+5)}{(2n+4)(2n+6)} z^4 + \cdots \right) dz$$

eine obere Grenze.

Indem man jeden Koeffizienten der Klammer durch die Einheit ersetzt, wird

$$R_0 < \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2x} \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} \frac{z^{2n+2}}{1-z^2}\, dz .$$

Dieser Wert wird zwar zu stark vergrößert, aber man macht sich frei von Unterscheidungen in bezug auf n und x, wenn man dem Nenner unter dem Integralzeichen konstant den kleinsten Wert erteilt, den er überhaupt annehmen kann. Dann wird nach 3) und 6)

$$R_0 < \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{v_1^2} \cdot \sqrt{2x}^3 \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} z^{2n+2}\, dz$$

und, indem man die obere Grenze z_1 ins Unendliche wachsen läßt:

$$R_0(n+1) < \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n+1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \frac{1}{2^{2n+1}} \cdot \frac{1}{v_1^2} \cdot \frac{1}{x^n} \qquad 10)'$$

oder, wenn man lieber will, für $v_1 = 1$:

$$R_0(n+1) < \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n+1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \frac{1}{2^{2n+1}} \frac{1}{x^n} . \qquad 10)$$

In der halbkonvergenten Reihe, die nach all diesen Ausscheidungen schließlich übrig bleibt, und welche der Rechnung zugrunde gelegt ist, nehmen nun, indem sie nur für $x > 10$ zur Anwendung kommt, die Glieder so rasch ab, daß man im ungünstigsten Fall (in der Nähe von $x = 10$) bis zu $n = 7$ zu gehen braucht, wenn die Teilresultate unter

$$0.000\,000\,1$$

wegbleiben dürfen. Setzt man aber in 10)' $n = 7$, so wird

$$R_0(8) < 12.15 \frac{1}{v_1^2} \frac{1}{x^7},$$

mithin wird dieser Wert für $v_1 = 1$, $x = 10$, nämlich

$$R_0 < 0.000\,001\,2,$$

die Genauigkeitsgrenze übersteigen.

Diesem Übelstand abzuhelfen, kann man über die bisher noch frei gehaltenen Größen verfügen.

1. Über n. Hier sei nur bemerkt, daß der Ausdruck 10) für R_0 weiterhin rasch abnimmt, wenn n über 7 hinausgeht (sein Minimum erreicht er bei $n = 19$). So wird z. B. für $n = 10$:

$$R_0(11) < 1103 \frac{1}{v_1^2} \frac{1}{x^{10}} \qquad 11)'$$

und speziell für $v_1 = 1$, $x = 10$:

$$R_0 < 0.000\,000\,110\,3. \qquad 11)_a$$

Andererseits bleiben diejenigen Glieder, welche in der Reihe 9) bei dieser Vergrößerung von n hinzukommen, wie schon erwähnt wurde, unmerklich. Dieses Verhalten enthält keinen Widerspruch: R_0 ist eben nicht der Rest der Reihe, sondern, der Ableitung entsprechend, ein Ausdruck, der größer ist als der Rest, und der eben dem unbekannten Rest bei $n = 10$ näher kommt als bei $n = 7$.

Mit $11)_a$ ist man an die Genauigkeitsgrenze herangerückt. Doch werden wir (Art. 7) sehen, wie man die Genauigkeit weiter erhöhen könnte, wenn das Bedürfnis vorläge.

2. Man könnte, um R_0 zu verkleinern, auch $v_1 > 1$ wählen. Doch ist diese Willkür nicht unbeschränkt. Zunächst deshalb nicht, weil nach 6) für $v_1 = \sqrt{2x}$ die Reihe 7) zu konvergieren aufhört. Außerdem ist E_0 stark von v_1 abhängig. Für diesen Wert, nämlich

$$E_0 = \frac{1}{v_1} \sqrt{2x} \int_0^{u_1} e^{2xu^2} du = \frac{1}{v_1} \int_0^{v_1} e^{v^2} dv$$

ist die Größenordnung gegeben durch den Ausdruck:

$$\frac{e^{v_1^2}}{2v_1^2},$$

etwa in dem Sinne, wie die Größenordnung des ersten Klammergliedes von 4) durch die Einheit ausgedrückt war (vgl. Art. 1). Dieser Ausdruck aber gibt

für $v_1 = 2 \quad 3 \quad 4$,
eine Näherung für $E_0 = 7 \quad 450 \quad 277\,691$.

Demnach dürfte man nicht $v_1 = 3$ setzen, wenn nicht S_0 nach 8)′ über unsere Genauigkeitsgrenze hinauswachsen soll. Für $v_1 = 2$ aber wird $11)_a$ auf seinen vierten Teil reduziert, während gleichzeitig das nach 8)′ mit $2E_0(2) : E_0(1) = 9.6$ multiplizierte S_0 von $8)_a$ genau genug bleibt.

Da der Vorteil nicht erheblich ist, so soll fortan $v_1 = 1$ gesetzt werden.

4.

Die Klammergröße von 4) reduziert sich nunmehr auf die endliche Reihe 9), oder, wenn man $y^2 = 2xz^2$ und

$$y_1 = \sqrt{2x}z_1 \tag{12}$$

setzt, auf den Ausdruck

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{y_1} e^{-y^2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{1}{2x}y^2 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{1}{(2x)^2}y^4 + \cdots + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots\quad 2n}\frac{1}{(2x)^n}y^{2n}\right)dy. \tag{13}$$

Für ein beliebiges Glied gilt aber:

$$\int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2}y^{2i}\,dy = \frac{e^{-y_1^2}}{2}\left(y_1^{2i-1} + \frac{2i-1}{2}y_1^{2i-3} + \frac{2i-1}{2}\frac{2i-3}{2}y_1^{2i-5} + \cdots + \frac{2i-1}{2}\frac{2i-3}{2}\cdots\frac{3}{2}y_1\right)$$
$$+ \frac{2i-1}{2}\frac{2i-3}{2}\cdots\frac{3}{2}\frac{1}{2}\int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2}dy$$

und speziell für $y_1 = 0$

$$\int_0^{\infty} e^{-y^2}y^{2i}\,dy = \frac{2i-1}{2}\frac{2i-3}{2}\cdots\frac{3}{2}\frac{1}{2}\int_0^{\infty} e^{-y^2}dy,$$

mithin durch Subtraktion

$$\int_0^{y_1} e^{-y^2}y^{2i}\,dy = \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2i-1)}{2^i}\int_0^{\infty} e^{-y^2}dy - \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2i-1)}{2^i}\int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2}dy$$
$$- \frac{e^{-y_1^2}}{2}\left(y_1^{2i-1} + \frac{2i-1}{2}y_1^{2i-3} + \frac{2i-1}{2}\frac{2i-3}{2}y_1^{2i-5} + \cdots + \frac{2i-1}{2}\frac{2i-3}{2}\cdots\frac{3}{2}y_1\right).$$

Substituiert man für alle ganzzahligen i bis $i = n$ das erste dieser drei Glieder in die Formel 13), nachdem man eingeführt hat:

$$\int_0^{\infty} e^{-y^2}dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

so entsteht der Hauptbestandteil:

$$O_0 = 1 + \frac{1^2}{2}\,\frac{1}{2^2}\,\frac{1}{x} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2 \cdot 4}\,\frac{1}{2^4}\,\frac{1}{x^2} + \cdots + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdots (2n-1)^2}{2 \cdot 4 \cdots\ 2n}\,\frac{1}{2^{2n}}\,\frac{1}{x^n}\,. \tag{14)}$$

Substituiert man ebenso das zweite Glied und führt ein

$$\int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2} = \frac{e^{-y_1^2}}{2y_1}\left(1 - \frac{1}{2y_1^2} + \frac{1 \cdot 3}{2^2 y_1^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 y_1^6} + \cdots\right),$$

so folgt der ergänzende Teil

$$P_0 = \frac{e^{-y_1^2}}{\sqrt{\pi}\,y_1}\left(1 - \frac{1}{2y_1^2} + \frac{1 \cdot 3}{2^2 y_1^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 y_1^6} + \cdots\right) O_0 \tag{15)}$$

und das dritte Glied schließlich liefert eine weitere Ergänzung:

$$Q_0 = \frac{e^{-y_1^2}}{\sqrt{\pi}} \text{ mal} \tag{16)}$$

$$\begin{aligned} \Big\{ & \left(\frac{1}{2}\,\frac{y_1}{2x} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\,\frac{y_1^3}{(2x)^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\,\frac{y_1^5}{(2x)^3} + \cdots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots\ 2n}\,\frac{y_1^{2n-1}}{(2x)^n}\right) \\ & + \frac{1}{2}\left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\,\frac{3y_1}{(2x)^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\,\frac{5y_1^3}{(2x)^3} + \cdots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots\ 2n}\,\frac{(2n-1)\,y_1^{2n-3}}{(2x)^n}\right) \\ & + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\,\frac{3 \cdot 5 y_1}{(2x)^3} + \cdots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots\ 2n}\,\frac{(2n-3)(2n-1)\,y_1^{2n-5}}{(2x)^n}\right) \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & + \frac{1}{2^{n-1}}\left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots\ 2n}\,\frac{3 \cdot 5 \cdots (2n-3)(2n-1)\,y_1}{(2x)^n}\right)\Big\}. \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich:

$$\text{Endliche Reihe in 4)} = \text{Ausdruck 13)} = O_0 - P_0 - Q_0\,, \tag{17)}$$

wo noch die zwei Nebenbestandteile P_0 und Q_0 abzuschätzen sind.

5.

Die Reihe in 15) hat bekanntlich die Eigenschaft, daß der Wert, den sie repräsentiert, zwischen zwei aufeinanderfolgenden Gliedern liegt; er ist mithin kleiner als 1. Da ferner der Faktor O_0 nur wenig größer als 1 ist, so ist

$$P_0 \text{ von der Ordnung wie } \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{e^{-y_1^2}}{y_1}$$

oder, wenn man y_1 durch 12), dann z_1 durch 3) und u_1 durch 6) ersetzt und $v_1 = 1$ nimmt:

$$P_0 \text{ von der Ordnung wie } \frac{e}{\sqrt{\pi}}\,\frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}}\,; \tag{18)}$$

für $x > 10$ folgt hieraus

$$P_0 < 0.000\,000\,000\,725\,. \tag{18)a}$$

6.

Endlich in der ersten Klammer von 16) sind nach 12), 3), 6) alle zweiten Faktoren von der gleichen Ordnung; denn es ist

$$\frac{y_1}{2x} = \frac{\sqrt{2x-1}}{2x}$$

$$\frac{y_1^3}{(2x)^2} = \frac{\sqrt{2x-1}}{2x}\left(1-\frac{1}{2x}\right)$$

$$\frac{y_1^5}{(2x)^3} = \frac{\sqrt{2x-1}}{2x}\left(1-\frac{1}{2x}\right)^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Mithin ist die erste Klammer von der Ordnung wie

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{2x} N_0,$$

wobei

$$N_0 = \frac{1}{2} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6} + \cdots + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots\quad 2n}, \tag{19}$$

also z. B.:

$n =$	7	10	14	15	16	20	
$N_0 =$	2.1421	2.7001	3.3339	3.4784	3.6183	4.1402.	$19)_a$

In der zweiten Klammer aber sind die entsprechenden Glieder mit

$$3 \qquad 5 \qquad 7 \quad \cdots \quad 2n-1$$

multipliziert und durchweg mit

$$y_1^2 = 2x - 1$$

dividiert.

Solange mithin $n < x$, hat die zweite Klammer einen kleineren Wert als die erste. Da dies auch für die folgenden gilt, so wird im ganzen

$$Q_0 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} \cdot N_0 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}, \tag{20}$$

woraus für $n = 10$

$$Q_0 < 4.141 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}$$

und speziell für $x = 10$

$$Q_0 < 0.000\,000\,003\,720. \tag{20a}$$

Liegt aber n zwischen x und $2x$, so wird die geschweifte Klammer von 16), wie die letzte Vertikalreihe zeigt,

$$< N_0\left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{2n-1}{2x-1} + \frac{1}{2^2}\left(\frac{2n-1}{2x-1}\right)^2 + \cdots\right)\frac{\sqrt{2x-1}}{2x} = N_0\,\frac{4x-2}{4x-2n-1}\,\frac{\sqrt{2x-1}}{2x}$$

und mithin

$$Q_0 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} N_0 \frac{\sqrt{2x-1}^3}{x(4x-2n-1)} e^{-2x} \qquad 21)$$

was von derselben Ordnung ist wie 20).

7.

Rekapitulieren wir, indem wir auf die Gleichung 4) zurückgehen, so ist

$$L_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} (O_0 - P_0 - Q_0 + R_0 + S_0) . \qquad 22)$$

Hier sind P_0 und S_0 von n unabhängig, nämlich:

P_0 von der Ordnung wie $1.5336 \frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}}$ nach 18)

S_0 » » » » $1.6504\, e^{-2x}$ » 8)

und speziell für $x > 10$:

$$P_0 < 0.000\,000\,000\,725$$
$$S_0 < 0.000\,000\,003\,402 .$$

Q_0 und R_0 aber sind von n abhängig, und zwar wird, wenn bei $x = 10$ n über 10 hinausgeht, Q_0 nach 21) über den Wert $20)_a$ hinausgehen, R_0 aber nach 10) unter den Wert $11)_a$ herabsinken. Die Gleichheit liegt bei $n = 15$, da

	für $n =$ 14	15	16
nach $19)_a$:	$N_0 = 3.334$	3.478	3.618
» 21):	$Q_0 < 0.000\,000\,008$	0.000 000 010	0.000 000 014
» 10):	$R_0 < 0.000\,000\,017$	0.000 000 012	0.000 000 010 .

Dies ist mithin die Stelle, wo die größte Genauigkeit erreicht wird, wenn man bei diesen einfachen Betrachtungen stehen bleiben will. Es kommt hinzu, daß Q_0 und R_0 mit entgegengesetztem Zeichen in 22) eingehen. Hierauf wurde in Art. 3 verwiesen.

Bis zu dieser Genauigkeit also würde man gelangen, wenn man in der Endformel

$$L_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 + \frac{1^2}{2} \frac{1}{2^2} \frac{1}{x} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2 \cdot 4} \frac{1}{2^4} \frac{1}{x^2} + \cdots + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n-1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} \frac{1}{2^{2n}} \frac{1}{x^n}\right) \qquad 23)$$

bei $n = 15$ abbräche.

8.

Es sollen für $x = 10$ diejenigen Glieder der Reihe 14) oder 23) angeführt werden, welche zur Beurteilung der Genauigkeit in Frage kommen:

$G(7) =$	0.000 000 172 773
8	60 741
9	24 381
10	11 002
11	5 513
12	3 038
13	1 826
14	1 188
15	833
16	625
17	501
18	426
19	384
20	365
21	365
22	383
23	422
24	485
25	583

Hierbei ist

$$G_0(n) = \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n-1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} \frac{1}{2^{2n}} \frac{1}{x^n}.$$

Nach 10) aber ist für den auf dieses Glied folgenden Rest

$$R_0(n+1) < \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n+1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \frac{1}{2^{2n+1}} \frac{1}{x^n}.$$

Vergleicht man, so ist

$$R_0(n+1) < (n+1) \cdot G_0(n). \qquad 24)$$

Hieraus sieht man, warum die R_0, wie sie hier ausgedrückt sind, erheblich größer erscheinen, als die G_0, aber doch in der früher betrachteten Partie ebenfalls rasch abnehmen. (Vgl. Art. 3.)

IV. L_1 oberhalb $x = 10$.

1.

Auf die Entwicklung von $L_1(x)$ läßt sich derselbe Gedankengang anwenden. Man geht aus von

$$L_1(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{x\cos\vartheta}\cos\vartheta\, d\vartheta \tag{1}$$

substituiert

$$\cos\vartheta = 1 - 2z^2,$$

so daß

$$L_1(x) = \frac{2e^x}{\pi}\int_0^1 \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}}\, dz, \tag{2}$$

zerlegt das Integral in

$$L_1(x) = \frac{2e^x}{\pi}\int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}}\, dz + \frac{2e^x}{\pi}\int_{z_1}^1 \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}}\, dz$$

und setzt im zweiten Integral

$$\begin{aligned} z^2 &= 1 - u^2 \\ z_1^2 &= 1 - u_1^2 . \end{aligned} \tag{3}$$

Dann ist

$$L_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{2x}\int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}}\, dz - \frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-2x}\sqrt{2x}\int_0^{u_1} \frac{e^{+2xu^2}(1-2u^2)}{\sqrt{1-u^2}}\, du\right). \tag{4}$$

Auch hier ist das erste Klammerglied von der Größenordnung der Einheit.

2.

Das zweite Glied der Klammer, nämlich abgesehen vom Vorzeichen

$$S_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-2x}\sqrt{2x}\int_0^{u_1} \frac{e^{+2xu^2}(1-2u^2)}{\sqrt{1-u^2}}\, du, \tag{5}$$

geht bei derselben Bezeichnung

$$v_1^2 = 2xu_1^2 \tag{6}$$

über in

$$S_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot v_1 (E_1 - E_1' \cdot v_1^2 - E_1'' \cdot v_1^4 - \cdots). \qquad 7)$$

wobei

$$E_1 = 1 + \frac{1}{3}\frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{5}\frac{v_1^4}{1\cdot 2} + \cdots$$

$$E_1' = \frac{3}{1}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{7}\frac{v_1^4}{1\cdot 2} + \cdots\right)$$

$$E_1'' = \frac{5}{3}\cdot\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{9}\frac{v_1^4}{1\cdot 2} + \cdots\right).$$

Ist v_1 von der Ordnung der Einheit, so ist auch hier

$$S_1 \text{ von der Ordnung wie } \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot v_1 E_1(v_1) \cdot e^{-2x}, \qquad 8)'$$

mithin wird für $v_1 = 1$, da $E_1 = E_0$:

$$S_1 \text{ von der Ordnung wie } 1.6504 \cdot e^{-2x} \qquad 8)$$

und speziell für $x > 10$

$$S_1 < 0.000\,000\,003\,402\,. \qquad 8)_a$$

3.

Das erste Glied der Klammer in 4) wird durch Entwickeln:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}}\, dz =$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} \cdot \left(1 - \frac{3}{1}\frac{1}{2}z^2 - \frac{5}{3}\cdot\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}z^4 - \cdots - \frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n} z^{2n}\right) dz \qquad 9)$$

$$- R_1(n+1),$$

wobei

$$R_1 = \frac{2n+3}{2n+1}\,\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n+1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots(2n+2)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \text{ mal}$$

$$\int_0^{z_1} e^{-2xz^2} z^{2n+2}\left(1 + \frac{(2n+1)(2n+5)}{(2n+3)(2n+3)}\cdot\frac{2n+3}{2n+4}z^2 + \frac{(2n+1)(2n+7)}{(2n+3)(2n+5)}\cdot\frac{(2n+3)(2n+5)}{(2n+4)(2n+6)}z^4 + \cdots\right) dz,$$

so daß

$$R_1 < \frac{2n+3}{2n+1} R_0, \qquad 10)$$

also für $n = 10$

$$R_1(11) < 1208 \frac{1}{v_1^2}\,\frac{1}{x^{10}} \qquad 11)'$$

und für $v_1 = 1$, $x = 10$

$$R_1 < 0.000\,000\,120\,8\,. \qquad 11)_a$$

Wegen $E_1 = E_0$ bleiben auch die Bemerkungen am Schluß von Art. 3 des vorigen Kapitels hier in Gültigkeit.

4.

Die erste Klammergröße von 4) reduziert sich nunmehr auf die endliche Reihe 9) oder bei der Bezeichnung

$$y_1 = \sqrt{2x}\, z_1 \tag{12}$$

auf den Ausdruck

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{y_1} e^{-y^2}\left(1-\frac{3}{1}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2x}y^2-\frac{5}{3}\,\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\,\frac{1}{(2x)^2}y^4-\cdots-\frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots\;2n}\,\frac{1}{(2x)^n}y^{2n}\right)dy. \tag{13}$$

Setzt man nach denselben Rechnungen wie früher

$$O_1 = 1-\frac{3}{1}\,\frac{1^2}{2}\,\frac{1}{2^2}\,\frac{1}{x}-\frac{5}{3}\,\frac{1^2\cdot3^2}{2\cdot4}\,\frac{1}{2^4}\,\frac{1}{x^2}-\cdots-\frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1^2\cdot3^2\cdot5^2\cdots(2n-1)^2}{2\cdot4\cdot6\cdots\;2n}\,\frac{1}{2^{2n}}\,\frac{1}{x^n} \tag{14}$$

$$P_1 = \frac{e^{-y_1^2}}{\sqrt{\pi}\,y_1}\left(1-\frac{1}{2y_1^2}+\frac{1\cdot3}{2^2y_1^4}-\frac{1\cdot3\cdot5}{2^3y_1^6}+\cdots\right)O_1 \tag{15}$$

$$Q_1 = \frac{e^{-y_1^2}}{\sqrt{\pi}} \text{ mal} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
&\left\{\left(\frac{3}{1}\,\frac{1}{2}\,\frac{y_1}{2x}+\frac{5}{3}\,\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\,\frac{y_1^3}{(2x)^2}+\frac{7}{5}\,\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\,\frac{y_1^5}{(2x)^3}+\cdots+\frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots\;2n}\,\frac{y_1^{2n-1}}{(2x)^n}\right)\right.\\
&+\frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}\,\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\,\frac{3y_1}{(2x)^2}+\frac{7}{5}\,\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\,\frac{5y_1^3}{(2x)^3}+\cdots+\frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots\;2n}\,\frac{(2n-1)y_1^{2n-3}}{(2x)^n}\right)\\
&+\frac{1}{2^2}\left(\frac{7}{5}\,\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\,\frac{3\cdot5y_1}{(2x)^3}+\cdots+\frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots\;2n}\,\frac{(2n-3)(2n-1)y_1^{2n-5}}{(2x)^n}\right)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\left.+\frac{1}{2^{n-1}}\left(\frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots\;2n}\,\frac{3\cdot5\cdots(2n-3)(2n-1)y_1}{(2x)^n}\right)\right\},
\end{aligned}$$

so wird

$$\text{Endliche Reihe} = \text{Ausdruck 13)} = O_1 - P_1 + Q_1. \tag{17}$$

5.

Da $O_1 < 1$, so ist nach 15)

$$P_1 < \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{e^{-y_1^2}}{y_1},$$

mithin auf dieselbe Weise wie früher für $v_1 = 1$:

$$P_1 < \frac{e}{\sqrt{\pi}}\,\frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}} \tag{18}$$

und für $x > 10$

$$P_1 < 0.000\,000\,000\,725. \tag{18a}$$

6.

Auf dieselbe Weise wie früher schließt man, daß die erste Klammer von 16) von der Ordnung ist wie

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{2x} N_1,$$

wobei

$$N_1 = \frac{3}{1}\frac{1}{2} + \frac{5}{3}\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4} + \frac{7}{5}\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6} + \cdots + \frac{2n+1}{2n-1}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}, \qquad 19)$$

also z. B.:

$n =$	7	10	14	15	16	20	
$N_1 =$	3.7231	4.3477	5.0350	5.1895	5.3384	5.8895.	19)a

Solange $n < x$, hat jede Klammer einen kleineren Wert als die vorige, und es wird im ganzen:

$$Q_1 < \frac{c}{\sqrt{\pi}} \cdot N_1 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}, \qquad 20)$$

woraus für $n = 10$

$$Q_1 < 6.668 \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}$$

und speziell für $x = 10$

$$Q_1 < 0.000\,000\,005\,991. \qquad 20)_a$$

Liegt aber n zwischen x und $2x$, so erhält man ähnlich wie früher

$$Q_1 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} \cdot N_1 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}^3}{x(4x-2n-1)} e^{-2x}. \qquad 21)$$

7.

Geht man zurück auf die Gleichung 4), so ist im ganzen:

$$L_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} (O_1 - P_1 + Q_1 - R_1 - S_1). \qquad 22)$$

P_1 und S_1 sind von n unabhängig, nämlich

$$P_1 < 1.5336 \frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}} \quad \text{nach 18)}$$

$$S_1 < 1.6504\, e^{-2x} \quad \text{» 8)}$$

und speziell für $x > 10$

$$P_1 < 0.000\,000\,000\,725$$

$$S_1 < 0.000\,000\,003\,402.$$

Q_1 und R_1 aber haben wieder die Eigenschaft, daß mit wachsendem n das eine steigt, und das andere fällt. Die Gleichheit liegt bei $n = 15$, da

für	$n =$	14	15	16
nach 19)$_a$:	$N_1 =$	5.035	5.189	5.338
» 21):	$Q_1 <$	0.000 000 012	0.000 000 015	0.000 000 020
» 10):	$R_1 <$	0.000 000 018	0.000 000 013	0.000 000 011.

Auch hier gehen Q_1 und R_1 mit entgegengesetzten Zeichen in 22) ein. Das wäre also wieder die Genauigkeit, die man erreichen würde, wenn man in der Endformel

$$L_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}\Big(1 - \frac{3}{1}\,\frac{1^2}{2}\,\frac{1}{2^2}\,\frac{1}{x} - \frac{5}{3}\,\frac{1^2\cdot 3^2}{2\cdot 4}\,\frac{1}{2^4}\,\frac{1}{x^2} - \cdots$$

$$\cdots - \frac{2n+1}{2n-1}\,\frac{1^2\cdot 3^2\cdot 5^2\cdots(2n-1)^2}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}\,\frac{1}{2^{2n}}\,\frac{1}{x^n}\Big) \qquad 23)$$

bei $n = 15$ abbräche.

8.

Die Glieder in 14) oder 23), die zur Beurteilung der Genauigkeit in Frage kommen, sind von der Größenordnung wie früher. Auch gilt nach 10) für den Rest:

$$R_1(n+1) < (n+1)\cdot G_1(n). \qquad 24)$$

V. Anordnung, Abstufung und Genauigkeit der Tafeln.

1.

Unterhalb $x = 10$ ist tabuliert worden

$$\log L_0(x) \qquad \text{und} \qquad \log L_1(x) - \log x,$$

weil $\log L_1(x)$ selbst zu große Differenzen ergeben hätte.

Oberhalb $x = 10$ ist zunächst die Summe der semikonvergenten Reihe tabuliert, als die direkt erhaltene Zahl. Diese Werte bedeuten mithin

$$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x) \qquad \text{und} \qquad \sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)\,.$$

Danebenstehend sind zum engeren Anschluß an den ersten Teil die Werte angeführt

$$\log \sqrt{x}\, L_0(x) \qquad \text{und} \qquad \log \sqrt{x}\, L_1(x)\,.$$

Die Differenzen bestehen dann aus einem großen konstanten und einem kleinen veränderlichen Teil.

2.

Auf diese Weise ließ sich unterhalb $x = 10$ das konstante Intervall 0.01 festhalten.

Oberhalb $x = 10$ verlaufen die Argumente bis ins Unendliche. Das Intervall wurde nun so bestimmt, daß in den erwähnten Summen der semikonvergenten Reihen die zweiten Differenzen bei der Interpolation ohne Wirkung bleiben sollten. Das größte Glied dieser Reihen

$$\text{in } L_0\text{:} \quad \frac{1}{8x} \qquad \text{und} \qquad \text{in } L_1\text{:} \quad -\frac{3}{8x}$$

führt unter der Bedingung, daß die maximale Wirkung der zweiten Differenzen, nämlich

$$\frac{\Delta x^2}{32\,x^3} \qquad \text{und} \qquad \frac{3\,\Delta x^2}{32\,x^3},$$

kleiner als

$$0.000\,000\,5$$

bleiben soll, auf die Intervallgebiete:

$\Delta x =$	0.1	1	10	100	1000	10 000	
in L_0 zwischen	8.55	39.69	184.2	855.0	3969	18 420	85 499
» L_1 »	12.33	57.24	265.7	1233.1	5724	26 566	123 311

Doch wurden sie gemeinsam folgendermaßen gewählt:

10 50 200 1000 5000 20 000 200 000.

3.

Solche Erwägungen waren auch mitwirkend bei der Entscheidung, ob unterhalb $x = 10$ die Numeri oder die Logarithmen tabuliert werden sollten. Keines von beiden erfüllt die Bedingung im ganzen Gebiete, aber der Logarithmus erfüllt sie in größerer Ausdehnung als der Numerus.

4.

Es ist erwähnt worden, daß die Rechnung unterhalb $x = 10$ nur als sechsstellig zu betrachten ist, auch wenn mehr Dezimalstellen mitgenommen worden sind. Mithin dürfte eine generelle Prüfung der Genauigkeit erwünscht sein.

Hierzu wurden für $x = 1, 2, 3, \ldots 9, 10$ die L_0 und L_1 zehnstellig gerechnet und diese Werte mit denjenigen L_0 und L_1 verglichen, welche den Tafeln zugrunde liegen. Aus den so erhaltenen Verbesserungen ΔL_0 und ΔL_1 folgt dann

x	$\frac{\Delta L_0}{L_0}$	$\frac{\Delta L_1}{L_1}$
$x = 1$	$= -0.10 \cdot 10^{-6}$	$= +1.07 \cdot 10^{-6}$
2	$+0.13$ »	$+1.17$ »
3	$+0.73$ »	$+0.81$ »
4	$+0.17$ »	$+0.12$ »
5	$+0.80$ »	$+0.40$ »
6	$+0.55$ »	$+1.09$ »
7	$+1.30$ »	$+1.30$ »
8	$+0.97$ »	$+0.74$ »
9	$+1.15$ »	$+1.57$ »
10	$+1.29$ »	$+1.80$ »

Geht man auf den Briggischen Logarithmus über, so verkleinern sich diese Zahlen mit dem Faktor 0.4343. Da die Tafeln den Logarithmus geben, so darf man sie mit höherem Recht als sechsstellige bezeichnen, als wenn der Numerus tabuliert worden wäre. Denn die größte erforderliche Verbesserung ist

$$\Delta \log L_1(10) = +0.78 \cdot 10^{-6}.$$

Oberhalb $x = 10$ war die Rechnung durchweg genauer: die semikonvergente Reihe war hinter dem Komma auf sieben Stellen gerechnet worden, der Logarithmus davon wurde mit der siebenstelligen Tafel aufgeschlagen, und die Vielfachen von $\log e$ waren in noch mehr Stellen angesetzt.

Tafeln.

4*

0.00 . . 0.30

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
0.00	0.000000	11		9.698970	5		0.00
0.01	0.000011	32	21	9.698975	17	12	0.01
0.02	0.000043	55	23	9.698992	27	10	0.02
0.03	0.000098	76	21	9.699019	38	11	0.03
0.04	0.000174	97	21	9.699057	49	11	0.04
0.05	0.000271	120	23	9.699106	59	10	0.05
0.06	0.000391	141	21	9.699165	71	12	0.06
0.07	0.000532	162	21	9.699236	81	10	0.07
0.08	0.000694	185	23	9.699317	93	12	0.08
0.09	0.000879	206	21	9.699410	103	10	0.09
0.10	0.001085	228	22	9.699513	114	11	0.10
0.11	0.001313	249	21	9.699627	124	10	0.11
0.12	0.001562	270	21	9.699751	136	12	0.12
0.13	0.001832	293	23	9.699887	146	10	0.13
0.14	0.002125	314	21	9.700033	158	12	0.14
0.15	0.002439	336	22	9.700191	168	10	0.15
0.16	0.002775	357	21	9.700359	179	11	0.16
0.17	0.003132	378	21	9.700538	190	11	0.17
0.18	0.003510	400	22	9.700728	200	10	0.18
0.19	0.003910	422	22	9.700928	211	11	0.19
0.20	0.004332	443	21	9.701139	222	11	0.20
0.21	0.004775	464	21	9.701361	234	12	0.21
0.22	0.005239	486	22	9.701595	244	10	0.22
0.23	0.005725	506	20	9.701839	254	10	0.23
0.24	0.006231	528	22	9.702093	265	11	0.24
0.25	0.006759	550	22	9.702358	277	12	0.25
0.26	0.007309	570	20	9.702635	286	9	0.26
0.27	0.007879	591	21	9.702921	298	12	0.27
0.28	0.008470	613	22	9.703219	309	11	0.28
0.29	0.009083	634	21	9.703528	319	10	0.29
0.30	0.009717		21	9.703847		11	0.30

0.30 . . 0.60

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
0.30	0.009717	655	21	9.703847	330	11	0.30
0.31	0.010372	676	21	9.704177	341	11	0.31
0.32	0.011048	697	21	9.704518	351	10	0.32
0.33	0.011745	717	20	9.704869	362	11	0.33
0.34	0.012462	738	21	9.705231	372	10	0.34
0.35	0.013200	759	21	9.705603	383	11	0.35
0.36	0.013959	779	20	9.705986	394	11	0.36
0.37	0.014738	800	21	9.706380	405	11	0.37
0.38	0.015538	821	21	9.706785	415	10	0.38
0.39	0.016359	842	21	9.707200	427	12	0.39
0.40	0.017201	862	20	9.707627	437	10	0.40
0.41	0.018063	882	20	9.708064	447	10	0.41
0.42	0.018945	903	21	9.708511	458	11	0.42
0.43	0.019848	923	20	9.708969	469	11	0.43
0.44	0.020771	943	20	9.709438	479	10	0.44
0.45	0.021714	964	21	9.709917	490	11	0.45
0.46	0.022678	983	19	9.710407	501	11	0.46
0.47	0.023661	1003	20	9.710908	511	10	0.47
0.48	0.024664	1023	20	9.711419	521	10	0.48
0.49	0.025687	1044	21	9.711940	532	11	0.49
0.50	0.026731	1063	19	9.712472	543	11	0.50
0.51	0.027794	1083	20	9.713015	553	10	0.51
0.52	0.028877	1102	19	9.713568	563	10	0.52
0.53	0.029979	1122	20	9.714131	574	11	0.53
0.54	0.031101	1142	20	9.714705	585	11	0.54
0.55	0.032243	1161	19	9.715290	595	10	0.55
0.56	0.033404	1180	19	9.715885	605	10	0.56
0.57	0.034584	1200	20	9.716490	616	11	0.57
0.58	0.035784	1218	18	9.717106	626	10	0.58
0.59	0.037002	1238	20	9.717732	637	11	0.59
0.60	0.038240		19	9.718369		10	0.60

0.60 . . 0.90

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
0.60	0.038240		19	9.718369		10	0.60
		1257			647		
0.61	0.039497		20	9.719016		10	0.61
		1277			657		
0.62	0.040774		18	9.719673		11	0.62
		1295			668		
0.63	0.042069		18	9.720341		10	0.63
		1313			678		
0.64	0.043382		20	9.721019		10	0.64
		1333			688		
0.65	0.044715		18	9.721707		11	0.65
		1351			699		
0.66	0.046066		19	9.722406		11	0.66
		1370			710		
0.67	0.047436		18	9.723116		9	0.67
		1388			719		
0.68	0.048824		18	9.723835		11	0.68
		1406			730		
0.69	0.050230		19	9.724565		10	0.69
		1425			740		
0.70	0.051655		18	9.725305		10	0.70
		1443			750		
0.71	0.053098		18	9.726055		10	0.71
		1461			760		
0.72	0.054559		19	9.726815		10	0.72
		1480			770		
0.73	0.056039		17	9.727585		11	0.73
		1497			781		
0.74	0.057536		18	9.728366		10	0.74
		1515			791		
0.75	0.059051		18	9.729157		10	0.75
		1533			801		
0.76	0.060584		17	9.729958		10	0.76
		1550			811		
0.77	0.062134		18	9.730769		10	0.77
		1568			821		
0.78	0.063702		17	9.731590		10	0.78
		1585			831		
0.79	0.065287		18	9.732421		10	0.79
		1603			841		
0.80	0.066890		18	9.733262		10	0.80
		1621			851		
0.81	0.068511		16	9.734113		11	0.81
		1637			862		
0.82	0.070148		17	9.734975		9	0.82
		1654			871		
0.83	0.071802		17	9.735846		10	0.83
		1671			881		
0.84	0.073473		18	9.736727		11	0.84
		1689			892		
0.85	0.075162		17	9.737619		9	0.85
		1706			901		
0.86	0.076868		16	9.738520		10	0.86
		1722			911		
0.87	0.078590		17	9.739431		10	0.87
		1739			921		
0.88	0.080329		16	9.740352		11	0.88
		1755			932		
0.89	0.082084		17	9.741284		9	0.89
		1772			941		
0.90	0.083856		16	9.742225		9	0.90

0.90 . . 1.20

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
0.90	0.083856		16	9.742225		9	0.90
		1788			950		
0.91	0.085644		16	9.743175		10	0.91
		1804			960		
0.92	0.087448		16	9.744135		11	0.92
		1820			971		
0.93	0.089268		17	9.745106		9	0.93
		1837			980		
0.94	0.091105		15	9.746086		10	0.94
		1852			990		
0.95	0.092957		17	9.747076		10	0.95
		1869			1000		
0.96	0.094826		15	9.748076		9	0.96
		1884			1009		
0.97	0.096710		16	9.749085		10	0.97
		1900			1019		
0.98	0.098610		15	9.750104		9	0.98
		1915			1028		
0.99	0.100525		16	9.751132		10	0.99
		1931			1038		
1.00	0.102456		15	9.752170		10	1.00
		1946			1048		
1.01	0.104402		16	9.753218		10	1.01
		1962			1058		
1.02	0.106364		15	9.754276		9	1.02
		1977			1067		
1.03	0.108341		15	9.755343		10	1.03
		1992			1077		
1.04	0.110333		15	9.756420		9	1.04
		2007			1086		
1.05	0.112340		14	9.757506		10	1.05
		2021			1096		
1.06	0.114361		16	9.758602		10	1.06
		2037			1106		
1.07	0.116398		15	9.759708		8	1.07
		2052			1114		
1.08	0.118450		14	9.760822		10	1.08
		2066			1124		
1.09	0.120516		14	9.761946		10	1.09
		2080			1134		
1.10	0.122596		15	9.763080		9	1.10
		2095			1143		
1.11	0.124691		14	9.764223		9	1.11
		2109			1152		
1.12	0.126800		14	9.765375		10	1.12
		2123			1162		
1.13	0.128923		15	9.766537		9	1.13
		2138			1171		
1.14	0.131061		13	9.767708		9	1.14
		2151			1180		
1.15	0.133212		14	9.768888		10	1.15
		2165			1190		
1.16	0.135377		15	9.770078		9	1.16
		2180			1199		
1.17	0.137557		13	9.771277		9	1.17
		2193			1208		
1.18	0.139750		14	9.772485		9	1.18
		2207			1217		
1.19	0.141957		13	9.773702		10	1.19
		2220			1227		
1.20	0.144177		14	9.774929		9	1.20

1.20 . . 1.50

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
1.20	0.144177		14	9.774929		9	1.20
		2234			1236		
1.21	0.146411		13	9.776165		9	1.21
		2247			1245		
1.22	0.148658		14	0.777410		9	1.22
		2261			1254		
1.23	0.150919		12	9.778664		9	1.23
		2273			1263		
1.24	0.153192		14	9.779927		9	1.24
		2287			1272		
1.25	0.155479		12	9.781199		9	1.25
		2299			1281		
1.26	0.157778		13	9.782480		9	1.26
		2312			1290		
1.27	0.160090		13	9.783770		9	1.27
		2325			1299		
1.28	0.162415		13	9.785069		9	1.28
		2338			1308		
1.29	0.164753		13	9.786377		9	1.29
		2351			1317		
1.30	0.167104		12	9.787694		9	1.30
		2363			1326		
1.31	0.169467		12	9.789020		9	1.31
		2375			1335		
1.32	0.171842		13	9.790355		9	1.32
		2388			1344		
1.33	0.174230		12	9.791699		9	1.33
		2400			1353		
1.34	0.176630		12	9.793052		8	1.34
		2412			1361		
1.35	0.179042		12	9.794413		9	1.35
		2424			1370		
1.36	0.181466		13	9.795783		9	1.36
		2437			1379		
1.37	0.183903		11	9.797162		8	1.37
		2448			1387		
1.38	0.186351		11	9.798549		9	1.38
		2459			1396		
1.39	0.188810		13	9.799945		9	1.39
		2472			1405		
1.40	0.191282		11	9.801350		9	1.40
		2483			1414		
1.41	0.193765		12	9.802764		9	1.41
		2495			1423		
1.42	0.196260		11	9.804187		8	1.42
		2506			1431		
1.43	0.198766		11	9.805618		8	1.43
		2517			1439		
1.44	0.201283		12	9.807057		9	1.44
		2529			1448		
1.45	0.203812		11	9.808505		9	1.45
		2540			1457		
1.46	0.206352		10	9.809962		8	1.46
		2550			1465		
1.47	0.208902		12	9.811427		8	1.47
		2562			1473		
1.48	0.211464		11	9.812900		9	1.48
		2573			1482		
1.49	0.214037		10	9.814382		8	1.49
		2583			1490		
1.50	0.216620		12	9.815872		9	1.50

1.50 . . 1.80

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
1.50	0.216620		12	9.815872		9	1.50
		2595			1499		
1.51	0.219215		10	9.817371		9	1.51
		2605			1508		
1.52	0.221820		11	9.818879		8	1.52
		2616			1516		
1.53	0.224436		10	9.820395		7	1.53
		2626			1523		
1.54	0.227062		10	9.821918		9	1.54
		2636			1532		
1.55	0.229698		11	9.823450		8	1.55
		2647			1540		
1.56	0.232345		10	9.824990		9	1.56
		2657			1549		
1.57	0.235002		10	9.826539		8	1.57
		2667			1557		
1.58	0.237669		10	9.828096		8	1.58
		2677			1565		
1.59	0.240346		10	9.829661		8	1.59
		2687			1573		
1.60	0.243033		10	9.831234		8	1.60
		2697			1581		
1.61	0.245730		10	9.832815		8	1.61
		2707			1589		
1.62	0.248437		10	9.834404		8	1.62
		2717			1597		
1.63	0.251154		10	9.836001		9	1.63
		2727			1606		
1.64	0.253881		9	9.837607		8	1.64
		2736			1614		
1.65	0.256617		9	9.839221		8	1.65
		2745			1622		
1.66	0.259362		10	9.840843		7	1.66
		2755			1629		
1.67	0.262117		9	9.842472		8	1.67
		2764			1637		
1.68	0.264881		10	9.844109		9	1.68
		2774			1646		
1.69	0.267655		9	9.845755		7	1.69
		2783			1653		
1.70	0.270438		9	9.847408		8	1.70
		2792			1661		
1.71	0.273230		9	9.849069		8	1.71
		2801			1669		
1.72	0.276031		9	9.850738		8	1.72
		2810			1677		
1.73	0.278841		9	9.852415		7	1.73
		2819			1684		
1.74	0.281660		9	9.854099		8	1.74
		2828			1692		
1.75	0.284488		8	9.855791		8	1.75
		2836			1700		
1.76	0.287324		9	9.857491		8	1.76
		2845			1708		
1.77	0.290169		9	9.859199		8	1.77
		2854			1716		
1.78	0.293023		9	9.860915		7	1.78
		2863			1723		
1.79	0.295886		8	9.862638		7	1.79
		2871			1730		
1.80	0.298757		8	9.864368		8	1.80

1.80 . . 2.10

x	$\log L_0(x)$	Δ	Δ²	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Δ	Δ²	x
1.80	0.298757	2879	8	9.864368	1738	8	1.80
1.81	0.301636	2888	9	9.866106	1746	8	1.81
1.82	0.304524	2896	8	9.867852	1754	8	1.82
1.83	0.307420	2904	8	9.869606	1761	7	1.83
1.84	0.310324	2913	9	9.871367	1768	7	1.84
1.85	0.313237	2920	7	9.873135	1776	8	1.85
1.86	0.316157	2928	8	9.874911	1783	7	1.86
1.87	0.319085	2936	8	9.876694	1791	8	1.87
1.88	0.322021	2945	9	9.878485	1798	7	1.88
1.89	0.324966	2952	7	9.880283	1805	7	1.89
1.90	0.327918	2960	8	9.882088	1813	8	1.90
1.91	0.330878	2968	8	9.883901	1820	7	1.91
1.92	0.333846	2975	7	9.885721	1827	7	1.92
1.93	0.336821	2983	8	9.887548	1835	8	1.93
1.94	0.339804	2990	7	9.889383	1842	7	1.94
1.95	0.342794	2998	8	9.891225	1849	7	1.95
1.96	0.345792	3005	7	9.893074	1856	7	1.96
1.97	0.348797	3012	7	9.894930	1863	7	1.97
1.98	0.351809	3020	8	9.896793	1870	7	1.98
1.99	0.354829	3027	7	9.898663	1878	8	1.99
2.00	0.357856	3034	7	9.900541	1885	7	2.00
2.01	0.360890	3040	6	9.902426	1891	6	2.01
2.02	0.363930	3048	8	9.904317	1899	8	2.02
2.03	0.366978	3056	8	9.906216	1906	7	2.03
2.04	0.370034	3062	6	9.908122	1912	6	2.04
2.05	0.373096	3069	7	9.910034	1919	7	2.05
2.06	0.376165	3075	6	9.911953	1927	8	2.06
2.07	0.379240	3082	7	9.913880	1933	6	2.07
2.08	0.382322	3089	7	9.915813	1940	7	2.08
2.09	0.385411	3096	7	9.917753	1947	7	2.09
2.10	0.388507		6	9.919700		7	2.10

2.10 . . 2.40

x	$\log L_0(x)$	Δ	Δ²	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Δ	Δ²	x
2.10	0.388507	3102	6	9.919700	1954	7	2.10
2.11	0.391609	3108	6	9.921654	1961	7	2.11
2.12	0.394717	3115	7	9.923615	1967	6	2.12
2.13	0.397832	3122	7	9.925582	1974	7	2.13
2.14	0.400954	3128	6	9.927556	1981	7	2.14
2.15	0.404082	3134	6	9.929537	1988	7	2.15
2.16	0.407216	3140	6	9.931525	1994	6	2.16
2.17	0.410356	3147	7	9.933519	2001	7	2.17
2.18	0.413503	3152	5	9.935520	2007	6	2.18
2.19	0.416655	3159	7	9.937527	2014	7	2.19
2.20	0.419814	3165	6	9.939541	2020	6	2.20
2.21	0.422979	3170	5	9.941561	2027	7	2.21
2.22	0.426149	3177	7	9.943588	2034	7	2.22
2.23	0.429326	3183	6	9.945622	2040	6	2.23
2.24	0.432509	3189	6	9.947662	2046	6	2.24
2.25	0.435698	3194	5	9.949708	2053	7	2.25
2.26	0.438892	3200	6	9.951761	2059	6	2.26
2.27	0.442092	3206	6	9.953820	2066	7	2.27
2.28	0.445298	3211	5	9.955886	2072	6	2.28
2.29	0.448509	3217	6	9.957958	2078	6	2.29
2.30	0.451726	3223	6	9.960036	2085	7	2.30
2.31	0.454949	3227	4	9.962121	2091	6	2.31
2.32	0.458176	3233	6	9.964212	2097	6	2.32
2.33	0.461409	3239	6	9.966309	2103	6	2.33
2.34	0.464648	3245	6	9.968412	2110	7	2.34
2.35	0.467893	3250	5	9.970522	2115	5	2.35
2.36	0.471143	3255	5	9.972637	2122	7	2.36
2.37	0.474398	3260	5	9.974759	2129	7	2.37
2.38	0.477658	3265	5	9.976888	2134	5	2.38
2.39	0.480923	3271	6	9.979022	2140	6	2.39
2.40	0.484194		4	9.981162		6	2.40

2.40 . . 2.70

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
2.40	0.484194		4	9.981162		6	2.40
		3275			2146		
2.41	0.487469		6	9.983308		6	2.41
		3281			2152		
2.42	0.490750		5	9.985460		7	2.42
		3286			2159		
2.43	0.494036		5	9.987619		5	2.43
		3291			2164		
2.44	0.497327		5	9.989783		7	2.44
		3296			2171		
2.45	0.500623		5	9.991954		5	2.45
		3301			2176		
2.46	0.503924		4	9.994130		6	2.46
		3305			2182		
2.47	0.507229		6	9.996312		6	2.47
		3311			2188		
2.48	0.510540		4	9.998500		6	2.48
		3315			2194		
2.49	0.513855		4	0.000694		6	2.49
		3319			2200		
2.50	0.517174		6	0.002894		6	2.50
		3325			2206		
2.51	0.520499		5	0.005100		5	2.51
		3330			2211		
2.52	0.523829		4	0.007311		7	2.52
		3334			2218		
2.53	0.527163		4	0.009529		5	2.53
		3338			2223		
2.54	0.530501		5	0.011752		5	2.54
		3343			2228		
2.55	0.533844		5	0.013980		6	2.55
		3348			2234		
2.56	0.537192		4	0.016214		7	2.56
		3352			2241		
2.57	0.540544		5	0.018455		5	2.57
		3357			2246		
2.58	0.543901		5	0.020701		5	2.58
		3362			2251		
2.59	0.547263		3	0.022952		6	2.59
		3365			2257		
2.60	0.550628		5	0.025209		6	2.60
		3370			2263		
2.61	0.553998		4	0.027472		5	2.61
		3374			2268		
2.62	0.557372		4	0.029740		5	2.62
		3378			2273		
2.63	0.560750		5	0.032013		6	2.63
		3383			2279		
2.64	0.564133		4	0.034292		6	2.64
		3387			2285		
2.65	0.567520		4	0.036577		5	2.65
		3391			2290		
2.66	0.570911		5	0.038867		6	2.66
		3396			2296		
2.67	0.574307		4	0.041163		5	2.67
		3400			2301		
2.68	0.577707		3	0.043464		6	2.68
		3403			2307		
2.69	0.581110		4	0.045771		5	2.69
		3407			2312		
2.70	0.584517		5	0.048083		5	2.70

2.70 . . 3.00

x	$\log L_0(x)$			$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
2.70	0.584517		5	0.048083		5	2.70
		3412			2317		
2.71	0.587929		4	0.050400		6	2.71
		3416			2323		
2.72	0.591345		4	0.052723		5	2.72
		3420			2328		
2.73	0.594765		4	0.055051		5	2.73
		3424			2333		
2.74	0.598189		3	0.057384		6	2.74
		3427			2339		
2.75	0.601616		4	0.059723		5	2.75
		3431			2344		
2.76	0.605047		4	0.062067		5	2.76
		3435			2349		
2.77	0.608482		4	0.064416		5	2.77
		3439			2354		
2.78	0.611921		4	0.066770		6	2.78
		3443			2360		
2.79	0.615364		4	0.069130		4	2.79
		3447			2364		
2.80	0.618811		3	0.071494		6	2.80
		3450			2370		
2.81	0.622261		4	0.073864		6	2.81
		3454			2376		
2.82	0.625715		4	0.076240		4	2.82
		3458			2380		
2.83	0.629173		3	0.078620		5	2.83
		3461			2385		
2.84	0.632634		4	0.081005		6	2.84
		3465			2391		
2.85	0.636099		4	0.083396		4	2.85
		3469			2395		
2.86	0.639568		3	0.085791		5	2.86
		3472			2400		
2.87	0.643040		4	0.088191		6	2.87
		3476			2406		
2.88	0.646516		3	0.090597		4	2.88
		3479			2410		
2.89	0.649995		4	0.093007		5	2.89
		3483			2415		
2.90	0.653478		3	0.095422		6	2.90
		3486			2421		
2.91	0.656964		4	0.097843		5	2.91
		3490			2426		
2.92	0.660454		3	0.100269		4	2.92
		3493			2430		
2.93	0.663947		3	0.102699		4	2.93
		3496			2434		
2.94	0.667443		3	0.105133		6	2.94
		3499			2440		
2.95	0.670942		4	0.107573		6	2.95
		3503			2446		
2.96	0.674445		4	0.110019		4	2.96
		3507			2450		
2.97	0.677952		2	0.112469		4	2.97
		3509			2454		
2.98	0.681461		4	0.114923		5	2.98
		3513			2459		
2.99	0.684974		3	0.117382		5	2.99
		3516			2464		
3.00	0.688490		3	0.119846		5	3.00

3.00 . . 3.30

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
3.00	0.688490	3519	0.119846	2469	5	3.00
3.01	0.692009	3523	0.122315	2474	5	3.01
3.02	0.695532	3526	0.124789	2478	4	3.02
3.03	0.699058	3529	0.127267	2483	5	3.03
3.04	0.702587	3531	0.129750	2488	5	3.04
3.05	0.706118	3535	0.132238	2492	4	3.05
3.06	0.709653	3539	0.134730	2496	4	3.06
3.07	0.713192	3541	0.137226	2502	6	3.07
3.08	0.716733	3544	0.139728	2507	5	3.08
3.09	0.720277	3548	0.142235	2511	4	3.09
3.10	0.723825	3550	0.144746	2515	4	3.10
3.11	0.727375	3553	0.147261	2520	5	3.11
3.12	0.730928	3556	0.149781	2525	5	3.12
3.13	0.734484	3559	0.152306	2529	4	3.13
3.14	0.738043	3562	0.154835	2533	4	3.14
3.15	0.741605	3565	0.157368	2538	5	3.15
3.16	0.745170	3567	0.159906	2542	4	3.16
3.17	0.748737	3571	0.162448	2547	5	3.17
3.18	0.752308	3573	0.164995	2551	4	3.18
3.19	0.755881	3575	0.167546	2555	4	3.19
3.20	0.759456	3579	0.170101	2560	5	3.20
3.21	0.763035	3582	0.172661	2565	5	3.21
3.22	0.766617	3584	0.175226	2569	4	3.22
3.23	0.770201	3587	0.177795	2573	4	3.23
3.24	0.773788	3590	0.180368	2577	4	3.24
3.25	0.777378	3593	0.182945	2582	5	3.25
3.26	0.780971	3595	0.185527	2586	4	3.26
3.27	0.784566	3598	0.188113	2590	4	3.27
3.28	0.788164	3601	0.190703	2594	4	3.28
3.29	0.791765	3603	0.193297	2599	5	3.29
3.30	0.795368		0.195896		4	3.30

3.30 . . 3.60

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
3.30	0.795368	3605	0.195896	2603	4	3.30
3.31	0.798973	3608	0.198499	2607	4	3.31
3.32	0.802581	3611	0.201106	2611	4	3.32
3.33	0.806192	3614	0.203717	2616	5	3.33
3.34	0.809806	3616	0.206333	2620	4	3.34
3.35	0.813422	3618	0.208953	2624	4	3.35
3.36	0.817040	3621	0.211577	2628	4	3.36
3.37	0.820661	3623	0.214205	2631	3	3.37
3.38	0.824284	3626	0.216836	2636	5	3.38
3.39	0.827910	3628	0.219472	2640	4	3.39
3.40	0.831538	3630	0.222112	2644	4	3.40
3.41	0.835168	3633	0.224756	2648	4	3.41
3.42	0.838801	3636	0.227404	2652	4	3.42
3.43	0.842437	3637	0.230056	2657	5	3.43
3.44	0.846074	3640	0.232713	2660	3	3.44
3.45	0.849714	3643	0.235373	2664	4	3.45
3.46	0.853357	3645	0.238037	2667	3	3.46
3.47	0.857002	3647	0.240704	2672	5	3.47
3.48	0.860649	3649	0.243376	2676	4	3.48
3.49	0.864298	3652	0.246052	2680	4	3.49
3.50	0.867950	3654	0.248732	2684	4	3.50
3.51	0.871604	3657	0.251416	2688	4	3.51
3.52	0.875261	3658	0.254104	2691	3	3.52
3.53	0.878919	3661	0.256795	2695	4	3.53
3.54	0.882580	3663	0.259490	2699	4	3.54
3.55	0.886243	3665	0.262189	2703	4	3.55
3.56	0.889908	3667	0.264892	2707	4	3.56
3.57	0.893575	3670	0.267599	2710	3	3.57
3.58	0.897245	3671	0.270309	2714	4	3.58
3.59	0.900916	3674	0.273023	2718	4	3.59
3.60	0.904590		0.275741		4	3.60

3.60 . . 3.90

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
3.60	0.904590	3676	0.275741	2722	4	3.60
3.61	0.908266	3678	0.278463	2725	3	3.61
3.62	0.911944	3680	0.281188	2729	4	3.62
3.63	0.915624	3682	0.283917	2733	4	3.63
3.64	0.919306	3685	0.286650	2736	3	3.64
3.65	0.922991	3686	0.289386	2740	4	3.65
3.66	0.926677	3688	0.292126	2744	4	3.66
3.67	0.930365	3691	0.294870	2747	3	3.67
3.68	0.934056	3692	0.297617	2751	4	3.68
3.69	0.937748	3695	0.300368	2755	4	3.69
3.70	0.941443	3696	0.303123	2758	3	3.70
3.71	0.945139	3698	0.305881	2761	3	3.71
3.72	0.948837	3701	0.308642	2765	4	3.72
3.73	0.952538	3702	0.311407	2769	4	3.73
3.74	0.956240	3705	0.314176	2773	4	3.74
3.75	0.959945	3706	0.316949	2776	3	3.75
3.76	0.963651	3708	0.319725	2779	3	3.76
3.77	0.967359	3710	0.322504	2783	4	3.77
3.78	0.971069	3712	0.325287	2787	4	3.78
3.79	0.974781	3714	0.328074	2790	3	3.79
3.80	0.978495	3715	0.330864	2793	3	3.80
3.81	0.982210	3718	0.333657	2796	3	3.81
3.82	0.985928	3720	0.336453	2800	4	3.82
3.83	0.989648	3721	0.339253	2804	4	3.83
3.84	0.993369	3723	0.342057	2807	3	3.84
3.85	0.997092	3725	0.344864	2810	3	3.85
3.86	1.000817	3727	0.347674	2814	4	3.86
3.87	1.004544	3728	0.350488	2817	3	3.87
3.88	1.008272	3731	0.353305	2820	3	3.88
3.89	1.012003	3732	0.356125	2824	4	3.89
3.90	1.015735		0.358949		3	3.90

3.90 . . 4.20

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$			x
3.90	1.015735	3734	0.358949	2827	3	3.90
3.91	1.019469	3735	0.361776	2830	3	3.91
3.92	1.023204	3738	0.364606	2834	4	3.92
3.93	1.026942	3739	0.367440	2837	3	3.93
3.94	1.030681	3742	0.370277	2840	3	3.94
3.95	1.034423	3743	0.373117	2843	3	3.95
3.96	1.038166	3744	0.375960	2847	4	3.96
3.97	1.041910	3745	0.378807	2850	3	3.97
3.98	1.045655	3747	0.381657	2853	3	3.98
3.99	1.049402	3750	0.384510	2856	3	3.99
4.00	1.053152	3751	0.387366	2859	3	4.00
4.01	1.056903	3753	0.390225	2863	4	4.01
4.02	1.060656	3754	0.393088	2866	3	4.02
4.03	1.064410	3756	0.395954	2869	3	4.03
4.04	1.068166	3758	0.398823	2872	3	4.04
4.05	1.071924	3759	0.401695	2875	3	4.05
4.06	1.075683	3761	0.404570	2878	3	4.06
4.07	1.079444	3763	0.407448	2882	4	4.07
4.08	1.083207	3764	0.410330	2884	2	4.08
4.09	1.086971	3766	0.413214	2888	4	4.09
4.10	1.090737	3767	0.416102	2891	3	4.10
4.11	1.094504	3769	0.418993	2893	2	4.11
4.12	1.098273	3770	0.421886	2897	4	4.12
4.13	1.102043	3772	0.424783	2900	3	4.13
4.14	1.105815	3773	0.427683	2903	3	4.14
4.15	1.109588	3775	0.430586	2906	3	4.15
4.16	1.113363	3777	0.433492	2908	2	4.16
4.17	1.117140	3778	0.436400	2912	4	4.17
4.18	1.120918	3779	0.439312	2915	3	4.18
4.19	1.124697	3781	0.442227	2918	3	4.19
4.20	1.128478		0.445145		3	4.20

4.20 . . 4.50

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
4.20	1.128478	3783	0.445145	2921	4.20
4.21	1.132261	3785	0.448066	2924	4.21
4.22	1.136046	3785	0.450990	2926	4.22
4.23	1.139831	3787	0.453916	2930	4.23
4.24	1.143618	3788	0.456846	2932	4.24
4.25	1.147406	3790	0.459778	2935	4.25
4.26	1.151196	3791	0.462713	2939	4.26
4.27	1.154987	3793	0.465652	2941	4.27
4.28	1.158780	3794	0.468593	2944	4.28
4.29	1.162574	3796	0.471537	2947	4.29
4.30	1.166370	3797	0.474484	2949	4.30
4.31	1.170167	3798	0.477433	2953	4.31
4.32	1.173965	3800	0.480386	2956	4.32
4.33	1.177765	3802	0.483342	2958	4.33
4.34	1.181567	3802	0.486300	2960	4.34
4.35	1.185369	3804	0.489260	2963	4.35
4.36	1.189173	3806	0.492223	2967	4.36
4.37	1.192979	3806	0.495190	2970	4.37
4.38	1.196785	3808	0.498160	2972	4.38
4.39	1.200593	3809	0.501132	2975	4.39
4.40	1.204402	3811	0.504107	2977	4.40
4.41	1.208213	3813	0.507084	2980	4.41
4.42	1.212026	3813	0.510064	2983	4.42
4.43	1.215839	3815	0.513047	2986	4.43
4.44	1.219654	3816	0.516033	2989	4.44
4.45	1.223470	3818	0.519022	2991	4.45
4.46	1.227288	3819	0.522013	2994	4.46
4.47	1.231107	3819	0.525007	2996	4.47
4.48	1.234926	3821	0.528003	2999	4.48
4.49	1.238747	3823	0.531002	3002	4.49
4.50	1.242570		0.534004		4.50

4.50 . . 4.80

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
4.50	1.242570	3824	0.534004	3004	4.50
4.51	1.246394	3825	0.537008	3007	4.51
4.52	1.250219	3827	0.540015	3010	4.52
4.53	1.254046	3828	0.543025	3013	4.53
4.54	1.257874	3828	0.546038	3015	4.54
4.55	1.261702	3830	0.549053	3017	4.55
4.56	1.265532	3831	0.552070	3020	4.56
4.57	1.269363	3833	0.555090	3022	4.57
4.58	1.273196	3834	0.558112	3026	4.58
4.59	1.277030	3835	0.561138	3028	4.59
4.60	1.280865	3837	0.564166	3030	4.60
4.61	1.284702	3838	0.567196	3033	4.61
4.62	1.288540	3838	0.570229	3035	4.62
4.63	1.292378	3840	0.573264	3038	4.63
4.64	1.296218	3841	0.576302	3041	4.64
4.65	1.300059	3842	0.579343	3043	4.65
4.66	1.303901	3843	0.582386	3045	4.66
4.67	1.307744	3845	0.585431	3048	4.67
4.68	1.311589	3846	0.588479	3050	4.68
4.69	1.315435	3847	0.591529	3053	4.69
4.70	1.319282	3848	0.594582	3055	4.70
4.71	1.323130	3849	0.597637	3058	4.71
4.72	1.326979	3850	0.600695	3060	4.72
4.73	1.330829	3852	0.603755	3063	4.73
4.74	1.334681	3853	0.606818	3065	4.74
4.75	1.338534	3854	0.609883	3067	4.75
4.76	1.342388	3855	0.612950	3070	4.76
4.77	1.346243	3856	0.616020	3072	4.77
4.78	1.350099	3857	0.619092	3075	4.78
4.79	1.353956	3858	0.622167	3077	4.79
4.80	1.357814		0.625244		4.80

4.80 . . 5.10

x	$\log L_0(x)$	diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	diff.	x
4.80	1.357814	3859	0.625244	3080	4.80
4.81	1.361673	3861	0.628324	3081	4.81
4.82	1.365534	3861	0.631405	3084	4.82
4.83	1.369395	3863	0.634489	3088	4.83
4.84	1.373258	3864	0.637577	3089	4.84
4.85	1.377122	3865	0.640666	3091	4.85
4.86	1.380987	3865	0.643757	3093	4.86
4.87	1.384852	3867	0 646850	3096	4.87
4.88	1.388719	3868	0 649946	3098	4.88
4.89	1 392587	3870	0.653044	3100	4.89
4.90	1.396457	3870	0.656144	3103	4.90
4.91	1.400327	3871	0.659247	3105	4.91
4.92	1.404198	3872	0.662352	3107	4.92
4.93	1.408070	3873	0.665459	3109	4 93
4.94	1.411943	3875	0.668568	3112	4.94
4.95	1.415818	3875	0.671680	3114	4.95
4.96	1.419693	3877	0.674794	3116	4.96
4.97	1.423570	3877	0.677910	3119	4.97
4.98	1 427447	3879	0.681029	3121	4.98
4.99	1.431326	3879	0.684150	3123	4.99
5.00	1.435205	3880	0.687273	3125	5.00
5.01	1.439085	3882	0.690398	3127	5.01
5.02	1.442967	3882	0.693525	3130	5.02
5.03	1.446849	3883	0.696655	3131	5.03
5.04	1.450732	3885	0.699786	3134	5.04
5.05	1.454617	3886	0.702920	3137	5.05
5.06	1.458503	3886	0.706057	3138	5.06
5.07	1.462389	3887	0.709195	3140	5.07
5.08	1.466276	3888	0.712335	3143	5.08
5.09	1.470164	3890	0.715478	3144	5.09
5.10	1.474054		0.718622		5.10

5.10 . . 5.40

x	$\log L_0(x)$	diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	diff.	x
5.10	1.474054	3890	0.718622	3147	5.10
5.11	1.477944	3891	0.721769	3149	5.11
5.12	1.481835	3892	0.724918	3152	5.12
5.13	1.485727	3893	0.728070	3153	5.13
5.14	1.489620	3894	0.731223	3155	5.14
5.15	1.493514	3895	0.734378	3158	5.15
5.16	1.497409	3896	0.737536	3159	5.16
5.17	1.501305	3897	0.740695	3161	5.17
5.18	1.505202	3898	0.743856	3164	5.18
5.19	1.509100	3898	0.747020	3166	5.19
5.20	1.512998	3900	0.750186	3168	5.20
5.21	1.516898	3901	0.753354	3170	5.21
5.22	1.520799	3902	0.756524	3172	5.22
5.23	1.524701	3902	0.759696	3174	5.23
5.24	1.528603	3903	0.762870	3176	5.24
5.25	1.532506	3904	0.766046	3178	5.25
5.26	1.536410	3905	0.769224	3180	5.26
5.27	1.540315	3906	0.772404	3182	5.27
5.28	1.544221	3907	0.775586	3185	5.28
5.29	1.548128	3908	0.778771	3186	5.29
5.30	1.552036	3908	0.781957	3188	5.30
5.31	1.555944	3910	0.785145	3190	5.31
5.32	1.559854	3911	0.788335	3192	5.32
5.33	1.563765	3911	0.791527	3194	5.33
5.34	1.567676	3912	0.794721	3196	5.34
5.35	1.571588	3914	0.797917	3198	5.35
5.36	1.575502	3914	0.801115	3201	5.36
5.37	1.579416	3914	0.804316	3202	5.37
5.38	1.583330	3916	0.807518	3203	5.38
5.39	1.587246	3916	0.810721	3206	5.39
5.40	1.591162		0.813927		5.40

5.40 . . 5.70

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
5.40	1.591162		0.813927		5.40
		3917		3208	
5.41	1.595079		0.817135		5.41
		3918		3210	
5.42	1.598997		0.820345		5.42
		3920		3211	
5.43	1.602917		0.823556		5.43
		3920		3214	
5.44	1.606837		0.826770		5.44
		3920		3216	
5.45	1.610757		0.829986		5.45
		3922		3217	
5.46	1.614679		0.833203		5.46
		3922		3219	
5.47	1.618601		0.836422		5.47
		3923		3221	
5.48	1.622524		0.839643		5.48
		3924		3223	
5.49	1.626448		0.842866		5.49
		3925		3225	
5.50	1.630373		0.846091		5.50
		3926		3227	
5.51	1.634299		0.849318		5.51
		3926		3229	
5.52	1.638225		0.852547		5.52
		3927		3230	
5.53	1.642152		0.855777		5.53
		3928		3232	
5.54	1.646080		0.859009		5.54
		3929		3235	
5.55	1.650009		0.862244		5.55
		3930		3236	
5.56	1.653939		0.865480		5.56
		3931		3238	
5.57	1.657870		0.868718		5.57
		3931		3240	
5.58	1.661801		0.871958		5.58
		3932		3241	
5.59	1.665733		0.875199		5.59
		3932		3244	
5.60	1.669665		0.878443		5.60
		3934		3245	
5.61	1.673599		0.881688		5.61
		3935		3247	
5.62	1.677534		0.884935		5.62
		3935		3249	
5.63	1.681469		0.888184		5.63
		3936		3250	
5.64	1.685405		0.891434		5.64
		3936		3252	
5.65	1.689341		0.894686		5.65
		3938		3254	
5.66	1.693279		0.897940		5.66
		3938		3257	
5.67	1.697217		0.901197		5.67
		3939		3258	
5.68	1.701156		0.904455		5.68
		3940		3259	
5.69	1.705096		0.907714		5.69
		3941		3261	
5.70	1.709037		0.910975		5.70

5.70 . . 6.00

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_4(x)$		x
5.70	1.709037		0.910975		5.70
		3941		3263	
5.71	1.712978		0.914238		5.71
		3942		3265	
5.72	1.716920		0.917503		5.72
		3943		3266	
5.73	1.720863		0.920769		5.73
		3943		3269	
5.74	1.724806		0.924038		5.74
		3944		3270	
5.75	1.728750		0.927308		5.75
		3945		3272	
5.76	1.732695		0.930580		5.76
		3946		3273	
5.77	1.736641		0.933853		5.77
		3947		3275	
5.78	1.740588		0.937128		5.78
		3947		3277	
5.79	1.744535		0.940405		5.79
		3948		3278	
5.80	1.748483		0.943683		5.80
		3949		3280	
5.81	1.752432		0.946963		5.81
		3949		3282	
5.82	1.756381		0.950245		5.82
		3950		3284	
5.83	1.760331		0.953529		5.83
		3951		3286	
5.84	1.764282		0.956815		5.84
		3952		3287	
5.85	1.768234		0.960102		5.85
		3952		3289	
5.86	1.772186		0.963391		5.86
		3953		3290	
5.87	1.776139		0.966681		5.87
		3954		3292	
5.88	1.780093		0.969973		5.88
		3954		3294	
5.89	1.784047		0.973267		5.89
		3955		3295	
5.90	1.788002		0.976562		5.90
		3956		3297	
5.91	1.791958		0.979859		5.91
		3957		3299	
5.92	1.795915		0.983158		5.92
		3957		3300	
5.93	1.799872		0.986458		5.93
		3958		3302	
5.94	1.803830		0.989760		5.94
		3958		3303	
5.95	1.807788		0.993063		5.95
		3959		3305	
5.96	1.811747		0.996368		5.96
		3960		3307	
5.97	1.815707		0.999675		5.97
		3961		3309	
5.98	1.819668		1.002984		5.98
		3961		3310	
5.99	1.823629		1.006294		5.99
		3962		3312	
6.00	1.827591		1.009606		6.00

6.00 . . 6.30

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
6.00	1.827591	3963	1.009606	3313	6.00
6.01	1.831554	3963	1.012919	3315	6.01
6.02	1.835517	3964	1.016234	3316	6.02
6.03	1.839481	3965	1.019550	3318	6.03
6.04	1.843446	3965	1.022868	3320	6.04
6.05	1.847411	3966	1.026188	3322	6.05
6.06	1.851377	3967	1.029510	3322	6.06
6.07	1.855344	3967	1.032832	3324	6.07
6.08	1.859311	3968	1.036156	3326	6.08
6.09	1.863279	3969	1.039482	3328	6·09
6.10	1.867248	3969	1.042810	3329	6.10
6.11	1.871217	3970	1.046139	3331	6.11
6.12	1.875187	3971	1.049470	3332	6.12
6.13	1.879158	3971	1.052802	3334	6.13
6.14	1.883129	3971	1.056136	3335	6.14
6.15	1.887100	3973	1.059471	3336	6.15
6.16	1.891073	3974	1.062807	3338	6.16
6.17	1.895047	3974	1.066145	3340	6.17
6.18	1 899021	3974	1.069485	3342	6.18
6.19	1.902995	3974	1.072827	3343	6.19
6.20	1.906969	3976	1.076170	3344	6.20
6.21	1.910945	3976	1.079514	3315	6.21
6.22	1.914921	3977	1.082859	3348	6.22
6.23	1.918898	3978	1.086207	3349	6.23
6.24	1.922876	3978	1.089556	3350	6.24
6.25	1.926854	3979	1.092906	3352	6.25
6.26	1.930833	3979	1.096258	3353	6.26
6.27	1.934812	3980	1.099611	3355	6.27
6.28	1.938792	3981	1.102966	3356	6.28
6.29	1.942773	3981	1.106322	3358	6.29
6.30	1.946754		1.109680		6.30

6.30 . . 6.60

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
6.30	1.946754	3982	1.109680	3359	6.30
6.31	1.950736	3983	1.113039	3361	6.31
6.32	1.954719	3983	1.116400	3362	6.32
6.33	1.958702	3983	1.119762	3364	6.33
6.34	1.962685	3984	1.123126	3365	6.34
6.35	1.966669	3985	1.126491	3366	6.35
6.36	1.970654	3986	1.129857	3368	6.36
6.37	1.974640	3986	1.133225	3369	6.37
6.38	1.978626	3987	1.136594	3371	6.38
6.39	1.982613	3987	1.139965	3372	6.39
6.40	1.986600	3987	1.143337	3374	6.40
6.41	1.990587	3989	1.146711	3375	6.41
6.42	1.994576	3989	1.150086	3376	6.42
6.43	1.998565	3990	1.153462	3378	6.43
6.44	2.002555	3990	1.156840	3379	6.44
6.45	2.006545	3990	1.160219	3381	6.45
6.46	2.010535	3991	1.163600	3382	6.46
6.47	2.014526	3992	1.166982	3383	6.47
6.48	2.018518	3993	1.170365	3385	6.48
6.49	2.022511	3993	1.173750	3386	6.49
6.50	2.026504	3993	1.177136	3388	6.50
6.51	2.030497	3994	1.180524	3390	6.51
6.52	2.034491	3995	1.183914	3390	6.52
6.53	2.038486	3995	1.187304	3391	6.53
6.54	2.042481	3996	1.190695	3393	6.54
6.55	2.046477	3996	1.194088	3395	6.55
6.56	2.050473	3997	1.197483	3396	6.56
6.57	2.054470	3998	1.200879	3397	6.57
6.58	2.058468	3998	1.204276	3399	6.58
6.59	2.062466	3999	1.207675	3400	6.59
6.60	2.066465		1.211075		6.60

6.60 . . 6.90

x	$\log L_0(x)$	diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	diff.	x
6.60	2.066465	3999	1.211075	3401	6.60
6.61	2.070464	3999	1.214476	3402	6.61
6.62	2.074463	4000	1.217878	3404	6.62
6.63	2.078463	4001	1.221282	3405	6.63
6.64	2.082464	4002	1.224687	3406	6.64
6.65	2.086466	4002	1.228093	3408	6.65
6.66	2.090468	4002	1.231501	3410	6.66
6.67	2.094470	4003	1.234911	3411	6.67
6.68	2.098473	4004	1.238322	3412	6.68
6.69	2.102477	4004	1.241734	3413	6.69
6.70	2.106481	4004	1.245147	3415	6.70
6.71	2.110485	4005	1.248562	3416	6.71
6.72	2.114490	4006	1.251978	3417	6.72
6.73	2.118496	4006	1.255395	3418	6.73
6.74	2.122502	4007	1.258813	3419	6.74
6.75	2.126509	4007	1.262232	3421	6.75
6.76	2.130516	4008	1.265653	3422	6.76
6.77	2.134524	4008	1.269075	3424	6.77
6.78	2.138532	4009	1.272499	3425	6.78
6.79	2.142541	4009	1.275924	3426	6.79
6.80	2.146550	4009	1.279350	3427	6.80
6.81	2.150559	4011	1.282777	3429	6.81
6.82	2.154570	4011	1.286206	3430	6.82
6.83	2.158581	4011	1.289636	3431	6.83
6.84	2.162592	4012	1.293067	3433	6.84
6.85	2.166604	4012	1.296500	3434	6.85
6.86	2.170616	4013	1.299934	3434	6.86
6.87	2.174629	4013	1.303368	3436	6.87
6.88	2.178642	4014	1.306804	3437	6.88
6.89	2.182656	4015	1.310241	3439	6.89
6.90	2.186671		1.313680		6.90

6.90 . . 7.20

x	$\log L_0(x)$	diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	diff.	x
6.90	2.186671	4015	1.313680	3441	6.90
6.91	2.190686	4015	1.317121	3441	6.91
6.92	2.194701	4016	1.320562	3442	6.92
6.93	2.198717	4016	1.324004	3444	6.93
6.94	2.202733	4017	1.327448	3445	6.94
6.95	2.206750	4017	1.330893	3446	6.95
6.96	2.210767	4018	1.334339	3447	6.96
6.97	2.214785	4018	1.337786	3449	6.97
6.98	2.218803	4019	1.341235	3450	6.98
6.99	2.222822	4019	1.344685	3450	6.99
7.00	2.226841	4020	1.348135	3452	7.00
7.01	2.230861	4020	1.351587	3453	7.01
7.02	2.234881	4021	1.355040	3455	7.02
7.03	2.238902	4022	1.358495	3456	7.03
7.04	2.242924	4022	1.361951	3457	7.04
7.05	2.246946	4022	1.365408	3458	7.05
7.06	2.250968	4022	1.368866	3460	7.06
7.07	2.254990	4023	1.372326	3460	7.07
7.08	2.259013	4023	1.375786	3461	7.08
7.09	2.263036	4024	1.379247	3463	7.09
7.10	2.267060	4025	1.382710	3465	7.10
7.11	2.271085	4025	1.386175	3465	7.11
7.12	2.275110	4026	1.389640	3466	7.12
7.13	2.279136	4026	1.393106	3467	7.13
7.14	2.283162	4026	1.396573	3469	7.14
7.15	2.287188	4027	1.400042	3470	7.15
7.16	2.291215	4027	1.403512	3471	7.16
7.17	2.295242	4028	1.406983	3472	7.17
7.18	2.299270	4028	1.410455	3473	7.18
7.19	2.303298	4029	1.413928	3475	7.19
7.20	2.307327		1.417403		7.20

7.20 . . 7.50

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
7.20	2.307327	4029	1.417403	3475	7.20
7.21	2.311356	4030	1.420878	3477	7.21
7.22	2.315386	4030	1.424355	3478	7.22
7.23	2.319416	4031	1.427833	3479	7.23
7.24	2.323447	4031	1.431312	3480	7.24
7.25	2.327478	4031	1.434792	3481	7.25
7.26	2.331509	4032	1.438273	3483	7.26
7.27	2.335541	4033	1.441756	3483	7.27
7.28	2.339574	4033	1.445239	3485	7.28
7.29	2.343607	4033	1.448724	3486	7.29
7.30	2.347640	4033	1.452210	3487	7.30
7.31	2.351673	4034	1.455697	3488	7.31
7.32	2.355707	4035	1.459185	3489	7.32
7.33	2.359742	4035	1.462674	3490	7.33
7.34	2.363777	4035	1.466164	3491	7.34
7.35	2.367812	4036	1.469655	3493	7.35
7.36	2.371848	4036	1.473148	3493	7.36
7.37	2.375884	4037	1.476641	3495	7.37
7.38	2.379921	4037	1.480136	3495	7.38
7.39	2.383958	4038	1.483631	3497	7.39
7.40	2.387996	4038	1.487128	3499	7.40
7.41	2.392034	4038	1.490627	3499	7.41
7.42	2.396072	4039	1.494126	3499	7.42
7.43	2.400111	4039	1.497625	3501	7.43
7.44	2.404150	4040	1.501126	3502	7.44
7.45	2.408190	4040	1.504628	3503	7.45
7.46	2.412230	4041	1.508131	3505	7.46
7.47	2.416271	4041	1.511636	3506	7.47
7.48	2.420312	4042	1.515142	3506	7.48
7.49	2.424354	4042	1.518648	3508	7.49
7.50	2.428396		1.522156		7.50

7.50 . . 7.80

x	$\log L_0(x)$		$\log \frac{1}{x} L_1(x)$		x
7.50	2.428396	4042	1.522156	3508	7.50
7.51	2.432438	4043	1.525664	3510	7.51
7.52	2.436481	4043	1.529174	3511	7.52
7.53	2.440524	4043	1.532685	3512	7.53
7.54	2.444567	4044	1.536197	3513	7.54
7.55	2.448611	4045	1.539710	3514	7.55
7.56	2.452656	4045	1.543224	3514	7.56
7.57	2.456701	4045	1.546738	3516	7.57
7.58	2.460746	4046	1.550254	3518	7.58
7.59	2.464792	4046	1.553772	3518	7.59
7.60	2.468838	4046	1.557290	3519	7.60
7.61	2.472884	4047	1.560809	3520	7.61
7.62	2.476931	4047	1.564329	3520	7.62
7.63	2.480978	4047	1.567849	3522	7.63
7.64	2.485025	4048	1.571371	3523	7.64
7.65	2.489073	4049	1.574894	3525	7.65
7.66	2.493122	4049	1.578419	3525	7.66
7.67	2.497171	4049	1.581944	3526	7.67
7.68	2.501220	4049	1.585470	3527	7.68
7.69	2.505269	4050	1.588997	3529	7.69
7.70	2.509319	4051	1.592526	3530	7.70
7.71	2.513370	4051	1.596056	3530	7.71
7.72	2.517421	4051	1.599586	3531	7.72
7.73	2.521472	4052	1.603117	3532	7.73
7.74	2.525524	4052	1.606649	3533	7.74
7.75	2.529576	4052	1.610182	3534	7.75
7.76	2.533628	4053	1.613716	3536	7.76
7.77	2.537681	4053	1.617252	3537	7.77
7.78	2.541734	4054	1.620789	3537	7.78
7.79	2.545788	4054	1.624326	3537	7.79
7.80	2.549842		1.627863		7.80

7.80 . . 8.10

x	$\log L_0(x)$	Diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Diff.	x
7.80	2.549842	4054	1.627863	3539	7.80
7.81	2.553896	4055	1.631402	3541	7.81
7.82	2.557951	4055	1.634943	3542	7.82
7.83	2.562006	4056	1.638485	3542	7.83
7.84	2.566062	4056	1.642027	3543	7.84
7.85	2.570118	4056	1.645570	3543	7.85
7.86	2.574174	4056	1.649113	3545	7.86
7.87	2.578230	4057	1.652658	3547	7.87
7.88	2.582287	4058	1.656205	3547	7.88
7.89	2.586345	4058	1.659752	3548	7.89
7.90	2.590403	4058	1.663300	3549	7.90
7.91	2.594461	4058	1.666849	3549	7.91
7.92	2.598519	4059	1.670398	3551	7.92
7.93	2.602578	4059	1.673949	3552	7.93
7.94	2.606637	4060	1.677501	3553	7.94
7.95	2.610697	4060	1.681054	3554	7.95
7.96	2.614757	4060	1.684608	3555	7.96
7.97	2.618817	4061	1.688163	3555	7.97
7.98	2.622878	4061	1.691718	3556	7.98
7.99	2.626939	4062	1.695274	3558	7.99
8.00	2.631001	4062	1.698832	3558	8.00
8.01	2.635063	4062	1.702390	3560	8.01
8.02	2.639125	4062	1.705950	3560	8.02
8.03	2.643187	4063	1.709510	3561	8.03
8.04	2.647250	4064	1.713071	3562	8.04
8.05	2.651314	4064	1.716633	3563	8.05
8.06	2.655378	4064	1.720196	3564	8.06
8.07	2.659442	4064	1.723760	3565	8.07
8.08	2.663506	4065	1·727325	3566	8.08
8.09	2.667571	4065	1.730891	3567	8.09
8.10	2.671636		1.734458		8.10

8.10 . . 8.40

x	$\log L_0(x)$	Diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Diff.	x
8.10	2.671636	4065	1.734458	3568	8.10
8.11	2.675701	4066	1.738026	3568	8.11
8.12	2.679767	4066	1.741594	3570	8.12
8.13	2.683833	4067	1.745164	3570	8.13
8.14	2.687900	4067	1.748734	3571	8.14
8.15	2.691967	4067	1.752305	3573	8.15
8.16	2.696034	4067	1.755878	3573	8.16
8.17	2.700101	4068	1.759451	3574	8.17
8.18	2.704169	4069	1.763025	3576	8.18
8.19	2.708238	4069	1.766601	3576	8.19
8.20	2.712307	4069	1.770177	3576	8.20
8.21	2.716376	4069	1.773753	3577	8.21
8.22	2.720445	4069	1.777330	3578	8.22
8.23	2.724514	4070	1.780908	3580	8.23
8.24	2.728584	4070	1.784488	3580	8.24
8.25	2.732654	4071	1.788068	3581	8.25
8.26	2.736725	4071	1.791649	3583	8.26
8.27	2.740796	4072	1.795232	3583	8.27
8.28	2.744868	4072	1.798815	3583	8.28
8.29	2.748940	4072	1.802398	3585	8.29
8.30	2.753012	4072	1.805983	3585	8.30
8.31	2.757084	4073	1.809568	3586	8.31
8.32	2.761157	4073	1.813154	3588	8.32
8.33	2.765230	4073	1.816742	3589	8.33
8.34	2.769303	4074	1.820331	3589	8.34
8.35	2.773377	4074	1.823920	3590	8.35
8.36	2.777451	4074	1.827510	3590	8.36
8.37	2.781525	4075	1.831100	3592	8.37
8.38	2.785600	4075	1.834692	3593	8.38
8.39	2.789675	4076	1.838285	3593	8.39
8.40	2.793751		1.841878		8.40

8.40 . . 8.70

x	$\log L_0(x)$	diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	diff.	x
8.40	2.793751	4076	1.841878	3594	8.40
8.41	2.797827	4076	1.845472	3595	8.41
8.42	2.801903	4076	1.849067	3596	8.42
8.43	2.805979	4077	1.852663	3597	8.43
8.44	2.810056	4077	1.856260	3598	8.44
8.45	2.814133	4077	1.859858	3598	8.45
8.46	2.818210	4078	1.863456	3600	8.46
8.47	2.822288	4078	1.867056	3600	8.47
8.48	2.826366	4079	1.870656	3601	8.48
8.49	2.830445	4079	1.874257	3601	8.49
8.50	2.834524	4079	1.877858	3603	8.50
8.51	2.838603	4079	1.881461	3604	8.51
8.52	2.842682	4079	1.885065	3605	8.52
8.53	2.846761	4080	1.888670	3605	8.53
8.54	2.850841	4080	1.892275	3605	8.54
8.55	2.854921	4081	1.895880	3607	8.55
8.56	2.859002	4081	1.899487	3608	8.56
8.57	2.863083	4081	1.903095	3608	8.57
8.58	2.867164	4082	1.906703	3610	8.58
8.59	2.871246	4082	1.910313	3611	8.59
8.60	2.875328	4082	1.913924	3611	8.60
8.61	2.879410	4083	1.917535	3611	8.61
8.62	2.883493	4082	1.921146	3612	8.62
8.63	2.887575	4083	1.924758	3613	8.63
8.64	2.891658	4084	1.928371	3615	8.64
8.65	2.895742	4084	1.931986	3615	8.65
8.66	2.899826	4084	1.935601	3616	8.66
8.67	2.903910	4084	1.939217	3616	8.67
8.68	2.907994	4085	1.942833	3617	8.68
8.69	2.912079	4085	1.946450	3619	8.69
8.70	2.916164		1.950069		8.70

8.70 . . 9.00

x	$\log L_0(x)$	diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	diff.	x
8.70	2.916164	4086	1.950069	3619	8.70
8.71	2.920250	4085	1.953688	3620	8.71
8.72	2.924335	4085	1.957308	3620	8.72
8.73	2.928420	4086	1.960928	3621	8.73
8.74	2.932506	4087	1.964549	3623	8.74
8.75	2.936593	4087	1.968172	3623	8.75
8.76	2.940680	4087	1.971795	3624	8.76
8.77	2.944767	4088	1.975419	3624	8.77
8.78	2.948855	4088	1.979043	3626	8.78
8.79	2.952943	4088	1.982669	3626	8.79
8.80	2.957031	4088	1.986295	3627	8.80
8.81	2.961119	4088	1.989922	3627	8.81
8.82	2.965207	4089	1.993549	3629	8.82
8.83	2.969296	4090	1.997178	3629	8.83
8.84	2.973386	4090	2.000807	3630	8.84
8.85	2.977476	4089	2.004437	3631	8.85
8.86	2.981565	4090	2.008068	3631	8.86
8.87	2.985655	4090	2.011699	3633	8.87
8.88	2.989745	4091	2.015332	3633	8.88
8.89	2.993836	4092	2.018965	3634	8.89
8.90	2.997928	4091	2.022599	3635	8.90
8.91	3.002019	4092	2.026234	3636	8.91
8.92	3.006111	4092	2.029870	3636	8.92
8.93	3.010203	4092	2.033506	3636	8.93
8.94	3.014295	4092	2.037142	3637	8.94
8.95	3.018387	4093	2.040779	3639	8.95
8.96	3.022480	4093	2.044418	3639	8.96
8.97	3.026573	4093	2.048057	3640	8.97
8.98	3.030666	4094	2.051697	3641	8.98
8.99	3.034760	4094	2.055338	3642	8.99
9.00	3.038854		2.058980		9.00

9.00 . . 9.30 | 9.30 . . 9.60

x	$\log L_0(x)$	Δ	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Δ	x	x	$\log L_0(x)$	Δ	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Δ	x
9.00	3.038854	4093	2.058980	3642	9.00	9.30	3.161801	4103	2.168566	3664	9.30
9.01	3.042947	4094	2.062622	3643	9.01	9.31	3.165904	4103	2.172230	3665	9.31
9.02	3.047041	4094	2.066265	3644	9.02	9.32	3.170007	4103	2.175895	3666	9.32
9.03	3.051135	4095	2.069909	3644	9.03	9.33	3.174110	4103	2.179561	3666	9.33
9.04	3.055230	4096	2.073553	3645	9.04	9.34	3.178213	4103	2.183227	3667	9.34
9.05	3.059326	4096	2.077198	3646	9.05	9.35	3.182316	4104	2.186894	3667	9.35
9.06	3.063422	4096	2.080844	3647	9.06	9.36	3.186420	4104	2.190561	3668	9.36
9.07	3.067518	4096	2.084491	3648	9.07	9.37	3.190524	4104	2.194229	3669	9.37
9.08	3.071614	4097	2.088139	3648	9.08	9.38	3.194628	4105	2.197898	3670	9.38
9.09	3.075711	4096	2.091787	3648	9.09	9.39	3.198733	4105	2.201568	3670	9.39
9.10	3.079807	4097	2.095435	3650	9.10	9.40	3.202838	4105	2.205238	3671	9.40
9.11	3.083904	4098	2.099085	3650	9.11	9.41	3.206943	4105	2.208909	3672	9.41
9.12	3.088002	4098	2.102735	3652	9.12	9.42	3.211048	4106	2.212581	3672	9.42
9.13	3.092100	4098	2.106387	3652	9.13	9.43	3.215154	4106	2.216253	3673	9.43
9.14	3.096198	4098	2.110039	3652	9.14	9.44	3.219260	4106	2.219926	3674	9.44
9.15	3.100296	4099	2.113691	3654	9.15	9.45	3.223366	4106	2.223600	3675	9.45
9.16	3.104395	4098	2.117345	3654	9.16	9.46	3.227472	4107	2.227275	3675	9.46
9.17	3.108493	4099	2.120999	3654	9.17	9.47	3.231579	4107	2.230950	3676	9.47
9.18	3.112592	4099	2.124653	3655	9.18	9.48	3.235686	4107	2.234626	3676	9.48
9.19	3.116691	4099	2.128308	3656	9.19	9.49	3.239793	4107	2.238302	3677	9.49
9.20	3.120790	4100	2.131964	3658	9.20	9.50	3.243900	4108	2.241979	3678	9.50
9.21	3.124890	4101	2.135622	3658	9.21	9.51	3.248008	4108	2.245657	3678	9.51
9.22	3.128991	4101	2.139280	3658	9.22	9.52	3.252116	4108	2.249335	3680	9.52
9.23	3.133092	4100	2.142938	3659	9.23	9.53	3.256224	4109	2.253015	3680	9.53
9.24	3.137192	4101	2.146597	3660	9.24	9.54	3.260333	4109	2.256695	3680	9.54
9.25	3.141293	4101	2.150257	3660	9.25	9.55	3.264442	4109	2.260375	3681	9.55
9.26	3.145394	4101	2.153917	3662	9.26	9.56	3.268551	4109	2.264056	3682	9.56
9.27	3.149495	4102	2.157579	3662	9.27	9.57	3.272660	4109	2.267738	3682	9.57
9.28	3.153597	4102	2.161241	3662	9.28	9.58	3.276769	4110	2.271420	3684	9.58
9.29	3.157699	4102	2.164903	3663	9.29	9.59	3.280879	4110	2.275104	3684	9.59
9.30	3.161801		2.168566		9.30	9.60	3.284989		2.278788		9.60

9.60 . . 9.80

x	$\log L_0(x)$	Diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Diff.	x
9.60	3.284989	4110	2.278788	3684	9.60
9.61	3.289099	4111	2.282472	3685	9.61
9.62	3.293210	4111	2.286157	3686	9.62
9.63	3.297321	4111	2.289843	3686	9.63
9.64	3.301432	4111	2.293529	3688	9.64
9.65	3.305543	4111	2.297217	3688	9.65
9.66	3.309654	4112	2.300905	3688	9.66
9.67	3.313766	4112	2.304593	3689	9.67
9.68	3.317878	4113	2.308282	3690	9.68
9.69	3.321991	4112	2.311972	3690	9.69
9.70	3.326103	4112	2.315662	3692	9.70
9.71	3.330215	4113	2.319354	3692	9.71
9.72	3.334328	4113	2.323046	3692	9.72
9.73	3.338441	4113	2.326738	3693	9.73
9.74	3.342554	4114	2.330431	3693	9.74
9.75	3.346668	4115	2.334124	3695	9.75
9.76	3.350783	4114	2.337819	3695	9.76
9.77	3.354897	4114	2.341514	3696	9.77
9.78	3.359011	4115	2.345210	3696	9.78
9.79	3.363126	4115	2.348906	3696	9.79
9.80	3.367241		2.352602		9.80

9.80 . . 10.00

x	$\log L_0(x)$	Diff.	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	Diff.	x
9.80	3.367241	4115	2.352602	3697	9.80
9.81	3.371356	4115	2.356299	3699	9.81
9.82	3.375471	4116	2.359998	3699	9.82
9.83	3.379587	4116	2.363697	3699	9.83
9.84	3.383703	4116	2.367396	3700	9.84
9.85	3.387819	4116	2.371096	3701	9.85
9.86	3.391935	4116	2.374797	3701	9.86
9.87	3.396051	4117	2.378498	3702	9.87
9.88	3.400168	4117	2.382200	3703	9.88
9.89	3.404285	4118	2.385903	3703	9.89
9.90	3.408403	4118	2.389606	3704	9.90
9.91	3.412521	4118	2.393310	3704	9.91
9.92	3.416639	4118	2.397014	3704	9.92
9.93	3.420757	4118	2.400718	3706	9.93
9.94	3.424875	4118	2.404424	3707	9.94
9.95	3.428993	4118	2.408131	3707	9.95
9.96	3.433111	4119	2.411838	3707	9.96
9.97	3.437230	4119	2.415545	3708	9.97
9.98	3.441349	4120	2.419253	3709	9.98
9.99	3.445469	4120	2.422962	3710	9.99
10.00	3.449589		2.426672		10.00

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	4342.9
2	8685.8
3	13028.7
4	17371.6
5	21714.5
6	26057.4
7	30400.3
8	34743.2
9	39086.1

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$			$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$		x
				43429					43429	
10.0	1.013291		3.949589		0.961207			3.926672		10.0
		141		— 60		399			+ 180	
10.1	1.013150		3.992958		0.961606		9	3.970281		10.1
		137		— 58		390			+ 177	
10.2	1.013013		4.036329		0.961996		8	4.013887		10.2
		135		— 58		382			+ 173	
10.3	1.012878		4.079700		0.962378		8	4.057489		10.3
		132		— 56		374			+ 169	
10.4	1.012746		4.123073		0.962752		7	4.101087		10.4
		129		— 55		367			+ 166	
10.5	1.012617		4.166447		0.963119		7	4.144682		10.5
		126		— 53		360			+ 163	
10.6	1.012491		4.209823		0.963479		7	4.188274		10.6
		124		— 53		353			+ 159	
10.7	1.012367		4.253199		0.963832		6	4.231862		10.7
		122		— 52		347			+ 157	
10.8	1.012245+		4.296576		0.964179		8	4.275448		10.8
		119		— 51		339			+ 153	
10.9	1.012126		4.339954		0.964518		6	4.319030		10.9
		117		— 49		333			+ 151	
11.0	1.012009		4.383334		0.964851		6	4.362610		11.0
		114		— 49		327			+ 147	
11.1	1.011895_		4.426714		0.965178		6	4.406186		11.1
		113		— 48		321			+ 145	
11.2	1.011782		4.470095		0.965499		5	4.449760		11.2
		110		— 47		316			+ 142	
11.3	1.011672		4.513477		0.965815_		7	4.493331		11.3
		108		— 46		309			+ 140	
11.4	1.011564		4.556860		0.966124		5	4.536900		11.4
		107		— 45		304			+ 137	
11.5	1.011457		4.600244		0.966428		6	4.580466		11.5
		104		— 44		298			+ 134	
11.6	1.011353		4.643629		0.966726		5	4.624029		11.6
		103		— 44		293			+ 132	
11.7	1.011250		4.687014		0.967019		5	4.667590		11.7
		100		— 43		288			+ 130	
11.8	1.011150		4.730400		0.967307		5	4.711149		11.8
		99		— 42		283			+ 128	
11.9	1.011051		4.773787		0.967590		5	4.754706		11.9
		97		— 41		278			+ 125	
12.0	1.010954		4.817175		0.967868		4	4.798260		12.0

12.0 . . 15.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x} L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x} L_1(x)$			$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$		x
				43429					43429	
12.0	1.010954		4.817175		0.967868		4	4.798260		12.0
		96		— 40		274			+ 123	
12.1	1.010858		4.860564		0.968142		5	4.841812		12.1
		93		— 40		269			+ 121	
12.2	1.010765_{-}		4.903953		0.968411		5	4.885362		12.2
		92		— 39		264			+ 119	
12.3	1.010673		4.947343		0.968675_{+}		4	4.928910		12.3
		91		— 39		260			+ 117	
12.4	1.010582		4.990733		0.968935_{0}		5	4.972456		12.4
		89		— 38		255			+ 115	
12.5	1.010493		5.034124		0.969190		3	5.016000		12.5
		88		— 37		252			+ 113	
12.6	1.010405_{+}		5.077516		0.969442		5	5.059542		12.6
		86		— 36		247			+ 112	
12.7	1.010319		5.120909		0.969689		3	5.103083		12.7
		84		— 36		244			+ 109	
12.8	1.010235_{-}		5.164302		0.969933		5	5.146621		12.8
		84		— 36		239			+ 108	
12.9	1.010151		5.207695		0.970172		3	5.190158		12.9
		82		— 35		236			+ 106	
13.0	1.010069		5.251089		0.970408		4	5.233693		13.0
		80		— 34		232			+ 104	
13.1	1.009989		5.294484		0.970640		4	5.277226		13.1
		80		— 33		228			+ 102	
13.2	1.009909		5.337880		0.970868		3	5.320757		13.2
		78		— 33		225			+ 101	
13.3	1.009831		5.381276		0.971093		4	5.364287		13.3
		77		— 33		221			+ 100	
13.4	1.009754		5.424672		0.971314		2	5.407816		13.4
		75		— 32		219			+ 98	
13.5	1.009679		5.468069		0.971533		5	5.451343		13.5
		75		— 32		214			+ 96	
13.6	1.009604		5.511466		0.971747		2	5.494868		13.6
		73		— 31		212			+ 95	
13.7	1.009531		5.554864		0.971959		4	5.538392		13.7
		72		— 31		208			+ 94	
13.8	1.009459		5.598262		0.972167		3	5.581915		13.8
		71		— 30		205			+ 92	
13.9	1.009388		5.641661		0.972372		2	5.625436		13.9
		71		— 29		203			+ 91	
14.0	1.009317		5.685061		0.972575_{-}		4	5.668956		14.0
		69		— 30		199			+ 89	
14.1	1.009248		5.728460		0.972774		3	5.712474		14.1
		68		— 29		196			+ 88	
14.2	1.009180		5.771860		0.972970		2	5.755991		14.2
		67		— 28		194			+ 87	
14.3	1.009113		5.815261		0.973164		3	5.799507		14.3
		66		— 28		191			+ 86	
14.4	1.009047		5.858662		0.973355_{0}		3	5.843022		14.4
		65		— 28		188			+ 84	
14.5	1.008982		5.902063		0.973543		2	5.886535		14.5
		64		— 27		186			+ 83	
14.6	1.008918		5.945465		0.973729		3	5.930047		14.6
		63		— 27		183			+ 82	
14.7	1.008855_{-}		5.988867		0.973912		3	5.973558		14.7
		63		— 26		180			+ 81	
14.8	1.008792		6.032270		0.974092		2	6.017068		14.8
		61		— 26		178			+ 80	
14.9	1.008731		6.075673		0.974270		3	6.060577		14.9
		61		— 26		175			+ 79	
15.0	1.008670		6.119076		0.974445_{+}			6.104085		15.0

15.0 . . 18.0

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$		x
				43429				43429	
15.0	1.008670		6.119076		0.974445+		6.104085		15.0
		60		−25		174		+77	
15.1	1.008610		6.162480		0.974619		6.147591		15.1
		59		−25		170		+77	
15.2	1.008551		6.205884		0.974789		6.191097		15.2
		58		−25		169		+75	
15.3	1.008493		6.249288		0.974958		6.234601		15.3
		57		−24		166		+75	
15.4	1.008436		6.292693		0.975124		6.278105		15.4
		57		−24		164		+74	
15.5	1.008379		6.336098		0.975288		6.321608		15.5
		56		−23		162		+72	
15.6	1.008323		6.379504		0.975450		6.365109		15.6
		55		−24		160		+72	
15.7	1.008268		6.422909		0.975610		6.408610		15.7
		54		−23		158		+70	
15.8	1.008214		6.466315		0.975768		6.452109		15.8
		54		−22		155		+70	
15.9	1.008160		6.509722		0.975923		6.495608		15.9
		53		−23		154		+69	
16.0	1.008107		6.553128		0.976077		6.539106		16.0
		52		−22		152		+68	
16.1	1.008055−		6.596535		0.976229		6.582603		16.1
		52		−22		150		+67	
16.2	1.008003		6.639942		0.976379		6.626099		16.2
		51		−21		148		+66	
16.3	1.007952		6.683350		0.976527		6.669594		16.3
		50		−21		146		+66	
16.4	1.007902		6.726758		0.976673		6.713089		16.4
		50		−21		144		+64	
16.5	1.007852		6.770166		0.976817		6.756582		16.5
		49		−21		143		+64	
16.6	1.007803		6.813574		0.976960		6.800075		16.6
		49		−20		141		+63	
16.7	1.007754		6.856983		0.977101		6.843567		16.7
		47		−21		139		+62	
16.8	1.007707		6.900391		0.977240		6.887058		16.8
		48		−20		137		+62	
16.9	1.007659		6.943800		0.977377		6.930549		16.9
		46		−19		136		+61	
17.0	1.007613		6.987210		0.977513		6.974039		17.0
		46		−20		134		+60	
17.1	1.007567		7.030619		0.977647		7.017528		17.1
		46		−19		133		+59	
17.2	1.007521		7.074029		0.977780		7.061016		17.2
		45		−19		131		+59	
17.3	1.007476		7.117439		0.977911		7.104504		17.3
		45		−19		129		+58	
17.4	1.007431		7.160849		0.978040		7.147991		17.4
		44		−18		128		+57	
17.5	1.007387		7.204260		0.978168		7.191477		17.5
		43		−18		126		+56	
17.6	1.007344		7.247671		0.978294		7.234962		17.6
		43		−18		125		+56	
17.7	1.007301		7.291082		0.978419		7.278447		17.7
		42		−18		124		+56	
17.8	1.007259		7.334493		0.978543		7.321932		17.8
		42		−18		122		+54	
17.9	1.007217		7.377904		0.978665+		7.365415		17.9
		42		−17		121		+54	
18.0	1.007175+		7.421316		0.978786		7.408898		18.0

18.0 . . 21.0

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$	Δ	x
				43429				43429	
18.0	1.007175+	41	7.421316	− 18	0.978786	119	7.408898	+ 54	18.0
18.1	1.007134	40	7.464727	− 17	0.978905+	118	7.452381	+ 53	18.1
18.2	1.007094	40	7.508139	− 16	0.979023	117	7.495863	+ 52	18.2
18.3	1.007054	40	7.551552	− 17	0.979140	116	7.539344	+ 52	18.3
18.4	1.007014	39	7.594964	− 16	0.979256	114	7.582825	+ 51	18.4
18.5	1.006975−	39	7.638377	− 17	0.979370	113	7.626305	+ 50	18.5
18.6	1.006936	38	7.681789	− 16	0.979483	111	7.669784	+ 50	18.6
18.7	1.006898	38	7.725202	− 16	0.979594	111	7.713263	+ 50	18.7
18.8	1.006860	38	7.768615	− 15	0.979705−	109	7.756742	+ 49	18.8
18.9	1.006822	37	7.812029	− 16	0.979814	108	7.800220	+ 48	18.9
19.0	1.006785+	36	7.855442	− 15	0.979922	107	7.843697	+ 48	19.0
19.1	1.006749	37	7.898856	− 16	0.980029	106	7.887174	+ 47	19.1
19.2	1.006712	35	7.942269	− 15	0.980135+	105	7.930650	+ 47	19.2
19.3	1.006677	36	7.985683	− 14	0.980240	104	7.974126	+ 46	19.3
19.4	1.006641	35	8.029098	− 15	0.980344	102	8.017601	+ 46	19.4
19.5	1.006606	35	8.072512	− 15	0.980446	102	8.061076	+ 45	19.5
19.6	1.006571	34	8.115926	− 14	0.980548	100	8.104550	+ 45	19.6
19.7	1.006537	34	8.159341	− 14	0.980648	99	8.148024	+ 45	19.7
19.8	1.006503	34	8.202756	− 14	0.980747	99	8.191498	+ 44	19.8
19.9	1.006469	33	8.246171	− 14	0.980846	97	8.234971	+ 43	19.9
20.0	1.006436	33	8.289586	− 14	0.980943	97	8.278443	+ 43	20.0
20.1	1.006403	33	8.333001	− 14	0.981040	95	8.321915	+ 43	20.1
20.2	1.006370	32	8.376416	− 13	0.981135_0	94	8.365387	+ 43	20.2
20.3	1.006338	32	8.419832	− 14	0.981229	94	8.408859	+ 42	20.3
20.4	1.006306	32	8.463247	− 13	0.981323	93	8.452330	+ 41	20.4
20.5	1.006274	31	8.506663	− 13	0.981416	91	8.495800	+ 41	20.5
20.6	1.006243	31	8.550079	− 13	0.981507	91	8.539270	+ 40	20.6
20.7	1.006212	31	8.593495	− 13	0.981598	90	8.582739	+ 41	20.7
20.8	1.006181	30	8.636911	− 12	0.981688	89	8.626209	+ 40	20.8
20.9	1.006151	31	8.680328	− 13	0.981777	88	8.669678	+ 39	20.9
21.0	1.006120		8.723744		0.981865+		8.713146		21.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$		x
				43429				43429	
21.0	1.006120	29	8.723744	— 13	0.981865+	88	8.713146	+ 39	21.0
21.1	1.006091	30	8.767160	— 12	0.981953	86	8.756614	+ 39	21.1
21.2	1.006061	29	8.810577	— 12	0.982039	86	8.800082	+ 38	21.2
21.3	1.006032	29	8.853994	— 12	0.982125−	85	8.843549	+ 38	21.3
21.4	1.006003	29	8.897411	— 12	0.982210	84	8.887016	+ 38	21.4
21.5	1.005974	28	8.940828	— 12	0.982294	83	8.930483	+ 37	21.5
21.6	1.005946	29	8.984245	— 11	0.982377	82	8.973949	+ 37	21.6
21.7	1.005917	27	9.027663	— 12	0.982459	82	9.017415	+ 36	21.7
21.8	1.005890	28	9.071080	— 12	0.982541	81	9.060880	+ 37	21.8
21.9	1.005862	28	9.114497	— 11	0.982622	80	9.104346	+ 36	21.9
22.0	1.005834	27	9.157915	— 11	0.982702	80	9.147811	+ 35	22.0
22.1	1.005807	27	9.201333	— 11	0.982782	78	9.191275	+ 35	22.1
22.2	1.005780	26	9.244751	— 11	0.982860	78	9.234739	+ 35	22.2
22.3	1.005754	27	9.288169	— 11	0.982938	78	9.278203	+ 35	22.3
22.4	1.005727	26	9.331587	— 11	0.983016	76	9.321667	+ 34	22.4
22.5	1.005701	26	9.375005	— 11	0.983092	76	9.365130	+ 34	22.5
22.6	1.005675+	25	9.418423	— 11	0.983168	75	9.408593	+ 34	22.6
22.7	1.005650	26	9.461841	— 10	0.983243	75	9.452056	+ 33	22.7
22.8	1.005624	25	9.505260	— 10	0.983318	74	9.495518	+ 33	22.8
22.9	1.005599	25	9.548679	— 11	0.983392	73	9.538980	+ 33	22.9
23.0	1.005574	25	9.592097	— 10	0.983465+	73	9.582442	+ 33	23.0
23.1	1.005549	24	9.635516	— 10	0.983538	72	9.625904	+ 32	23.1
23.2	1.005525−	25	9.678935	— 10	0.983610	71	9.669365	+ 32	23.2
23.3	1.005500	24	9.722354	— 10	0.983681	71	9.712826	+ 31	23.3
23.4	1.005476	24	9.765773	— 10	0.983752	70	9.756286	+ 32	23.4
23.5	1.005452	23	9.809192	— 10	0.983822	69	9.799747	+ 31	23.5
23.6	1.005429	24	9.852611	— 10	0.983891	69	9.843207	+ 31	23.6
23.7	1.005405+	23	9.896030	— 9	0.983960	69	9.886667	+ 30	23.7
23.8	1.005382	23	9.939450	— 10	0.984029	68	9.930126	+ 31	23.8
23.9	1.005359	23	9.982869	— 9	0.984097	67	9.973586	+ 30	23.9
24.0	1.005336		10.026289		0.984164		10.017045		24.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$		x
				43429				43429	
24.0	1.005336	23	10.026289	− 10	0.984164	66	10.017045	+ 30	24.0
24.1	1.005313	22	10.069708	− 9	0.984230	66	10.060504	+ 29	24.1
24.2	1.005291	23	10.113128	− 9	0.984296	66	10.103962	+ 30	24.2
24.3	1.005268	22	10.156548	− 9	0.984362	65	10.147421	+ 29	24.3
24.4	1.005246	22	10.199968	− 9	0.984427	64	10.190879	+ 29	24.4
24.5	1.005224	21	10.243388	− 9	0.984491	64	10.234337	+ 28	24.5
24.6	1.005203	22	10.286808	− 9	0.984555_+	64	10.277794	+ 29	24.6
24.7	1.005181	21	10.330228	− 9	0.984619	63	10.321252	+ 28	24.7
24.8	1.005160	21	10.373648	− 9	0.984682	62	10.364709	+ 28	24.8
24.9	1.005139	21	10.417068	− 8	0.984744	62	10.408166	+ 28	24.9
25.0	1.005118	21	10.460489	− 9	0.984806	61	10.451623	+ 27	25.0
25.1	1.005097	21	10.503909	− 8	0.984867	61	10.495079	+ 27	25.1
25.2	1.005076	21	10.547330	− 9	0.984928	60	10.538535	+ 27	25.2
25.3	1.005055_+	20	10.590750	− 8	0.984988	60	10.581991	+ 27	25.3
25.4	1.005035_+	20	10.634171	− 8	0.985048	59	10.625447	+ 27	25.4
25.5	1.005015_-	20	10.677592	− 8	0.985107	59	10.668903	+ 26	25.5
25.6	1.004995_-	20	10.721013	− 9	0.985166	59	10.712358	+ 27	25.6
25.7	1.004975_-	20	10.764433	− 8	0.985225_-	58	10.755814	+ 26	25.7
25.8	1.004955_+	19	10.807854	− 8	0.985283	57	10.799269	+ 25	25.8
25.9	1.004936	20	10.851275	− 8	0.985340	57	10.842723	+ 26	25.9
26.0	1.004916	19	10.894696	− 8	0.985397	57	10.886178	+ 25	26.0
26.1	1.004897	19	10.938117	− 7	0.985454	56	10.929632	+ 26	26.1
26.2	1.004878	19	10.981539	− 8	0.985510	56	10.973087	+ 25	26.2
26.3	1.004859	19	11.024960	− 8	0.985566	55	11.016541	+ 25	26.3
26.4	1.004840	19	11.068381	− 7	0.985621	55	11.059995	+ 24	26.4
26.5	1.004821	18	11.111803	− 8	0.985676	55	11.103448	+ 24	26.5
26.6	1.004803	19	11.155224	− 8	0.985731	54	11.146901	+ 25	26.6
26.7	1.004784	18	11.198645	− 7	0.985785_0	54	11.190355	+ 24	26.7
26.8	1.004766	18	11.242067	− 7	0.985839	53	11.233808	+ 24	26.8
26.9	1.004748	18	11.285489	− 8	0.985892	53	11.277261	+ 24	26.9
27.0	1.004730		11.328910		0.985945_-		11.320714		27.0

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$	Δ (43429)	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$	Δ (43429)	x
27.0	1.004730	18	11.328910	− 7	0.985945_-	52	11.320714	+ 23	27.0
27.1	1.004712	18	11.372332	− 7	0.985997	52	11.364166	+ 24	27.1
27.2	1.004694	17	11.415754	− 7	0.986049	52	11.407619	+ 23	27.2
27.3	1.004677	17	11.459176	− 7	0.986101	52	11.451071	+ 23	27.3
27.4	1.004660	18	11.502598	− 7	0.986153	51	11.494523	+ 23	27.4
27.5	1.004642	17	11.546020	− 7	0.986204	50	11.537975	+ 22	27.5
27.6	1.004625_0	17	11.589442	− 7	0.986254	50	11.581426	+ 23	27.6
27.7	1.004608	17	11.632864	− 7	0.986304	50	11.624878	+ 22	27.7
27.8	1.004591	17	11.676286	− 7	0.986354	50	11.668329	+ 23	27.8
27.9	1.004574	16	11.719708	− 7	0.986404	49	11.711781	+ 22	27.9
28.0	1.004558	17	11.763130	− 6	0.986453	49	11.755232	+ 22	28.0
28.1	1.004541	17	11.806553	− 7	0.986502	48	11.798683	+ 21	28.1
28.2	1.004524	16	11.849975	− 7	0.986550	48	11.842133	+ 22	28.2
28.3	1.004508	16	11.893397	− 6	0.986598	48	11.885584	+ 22	28.3
28.4	1.004492	16	11.936820	− 7	0.986646	47	11.929035	+ 21	28.4
28.5	1.004476	16	11.980242	− 6	0.986693	47	11.972485	+ 21	28.5
28.6	1.004460	16	12.023665	− 7	0.986740	47	12.015935	+ 21	28.6
28.7	1.004444	16	12.067087	− 6	0.986787	46	12.059385	+ 21	28.7
28.8	1.004428	15	12.110510	− 6	0.986833	46	12.102835	+ 21	28.8
28.9	1.004413	16	12.153933	− 7	0.986879	46	12.146285	+ 20	28.9
29.0	1.004397	15	12.197355	− 6	0.986925_+	46	12.189734	+ 21	29.0
29.1	1.004382	16	12.240778	− 6	0.986971	45	12.233184	+ 20	29.1
29.2	1.004366	15	12.284201	− 6	0.987016	45	12.276633	+ 20	29.2
29.3	1.004351	15	12.327624	− 6	0.987061	44	12.320082	+ 20	29.3
29.4	1.004336	15	12.371047	− 6	0.987105_+	44	12.363531	+ 20	29.4
29.5	1.004321	15	12.414470	− 6	0.987149	44	12.406980	+ 20	29.5
29.6	1.004306	15	12.457893	− 6	0.987193	44	12.450429	+ 19	29.6
29.7	1.004291	14	12.501316	− 6	0.987237	43	12.493877	+ 20	29.7
29.8	1.004277	15	12.544739	− 6	0.987280	43	12.537326	+ 19	29.8
29.9	1.004262	14	12.588162	− 6	0.987323	43	12.580774	+ 20	29.9
30.0	1.004248		12.631585		0.987366		12.624223		30.0

30.0 . . 33.0

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$		$\log \sqrt{x}L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$		$\log \sqrt{x}L_1(x)$		x
				43429				43429	
30.0	1.004248	15	12.631585	− 5	0.987366	42	12.624223	+ 19	30.0
30.1	1.004233	14	12.675009	− 6	0.987408	42	12.667671	+ 19	30.1
30.2	1.004219	14	12.718432	− 6	0.987450	42	12.711119	+ 19	30.2
30.3	1.004205_{-}	14	12.761855	− 6	0.987492	42	12.754567	+ 18	30.3
30.4	1.004191	14	12.805278	− 5	0.987534	41	12.798014	+ 19	30.4
30.5	1.004177	14	12.848702	− 6	0.987575_{+}	41	12.841462	+ 18	30.5
30.6	1.004163	14	12.892125	− 5	0.987616	41	12.884909	+ 19	30.6
30.7	1.004149	14	12.935549	− 6	0.987657	41	12.928357	+ 18	30.7
30.8	1.004135_{+}	13	12.978972	− 5	0.987698	40	12.971804	+ 18	30.8
30.9	1.004122	14	13.022396	− 6	0.987738	40	13.015251	+ 18	30.9
31.0	1.004108	14	13.065819	− 5	0.987778	39	13.058698	+ 18	31.0
31.1	1.004094	13	13.109243	− 5	0.987817	40	13.102145	+ 18	31.1
31.2	1.004081	13	13.152667	− 6	0.987857	39	13.145592	+ 18	31.2
31.3	1.004068	13	13.196090	− 5	0.987896	39	13.189039	+ 17	31.3
31.4	1.004055_{-}	13	13.239514	− 5	0.987935_{0}	39	13.232485	+ 18	31.4
31.5	1.004042	13	13.282938	− 5	0.987974	38	13.275932	+ 17	31.5
31.6	1.004029	13	13.326362	− 5	0.988012	38	13.319378	+ 17	31.6
31.7	1.004016	13	13.369786	− 6	0.988050	38	13.362824	+ 17	31.7
31.8	1.004003	13	13.413209	− 5	0.988088	38	13.406270	+ 17	31.8
31.9	1.003990	13	13.456633	− 5	0.988126	38	13.449716	+ 17	31.9
32.0	1.003977	12	13.500057	− 5	0.988164	37	13.493162	+ 17	32.0
32.1	1.003965_{-}	13	13.543481	− 5	0.988201	37	13.536608	+ 17	32.1
32.2	1.003952	12	13.586905	− 5	0.988238	37	13.580054	+ 16	32.2
32.3	1.003940	13	13.630329	− 4	0.988275_{-}	36	13.623499	+ 17	32.3
32.4	1.003927	12	13.673754	− 5	0.988311	37	13.666945	+ 16	32.4
32.5	1.003915_{0}	12	13.717178	− 5	0.988348	36	13.710390	+ 17	32.5
32.6	1.003903	12	13.760602	− 5	0.988384	36	13.753836	+ 16	32.6
32.7	1.003891	12	13.804026	− 5	0.988420	35	13.797281	+ 16	32.7
32.8	1.003879	12	13.847450	− 5	0.988455_{+}	36	13.840726	+ 16	32.8
32.9	1.003867	12	13.890874	− 4	0.988491	35	13.884171	+ 16	32.9
33.0	1.003855_{-}		13.934299		0.988526		13.927616		33.0

33.0 . . 36.0

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$	Δ	x
				43429				43429	
33.0	1.003855_	12	13.934299	— 5	0.988526	35	13.927616	+ 16	33.0
33.1	1.003843	12	13.977723	— 5	0.988561	35	13.971061	+ 15	33.1
33.2	1.003831	12	14.021147	— 4	0.988596	34	14.014505	+ 16	33.2
33.3	1.003819	11	14.064572	— 5	0.988630	34	14.057950	+ 16	33.3
33.4	1.003808	12	14.107996	— 4	0.988664	35	14.101395	+ 15	33.4
33.5	1.003796	12	14.151421	— 5	0.988699	34	14.144839	+ 15	33.5
33.6	1.003784	11	14.194845	— 4	0.988733	33	14.188283	+ 16	33.6
33.7	1.003773	11	14.238270	— 5	0.988766	34	14.231728	+ 15	33.7
33.8	1.003762	12	14.281694	— 4	0.988800	33	14.275172	+ 15	33.8
33.9	1.003750	11	14.325119	— 5	0.988833	33	14.318616	+ 15	33.9
34.0	1.003739	11	14.368543	— 4	0.988866	33	14.362060	+ 15	34.0
34.1	1.003728	11	14.411968	— 4	0.988899	33	14.405504	+ 15	34.1
34.2	1.003717	11	14.455393	— 5	0.988932	33	14.448948	+ 15	34.2
34.3	1.003706	11	14.498817	— 4	0.988965_	32	14.492392	+ 14	34.3
34.4	1.003695_0	11	14.542242	— 4	0.988997	32	14.535835	+ 15	34.4
34.5	1.003684	11	14.585667	— 5	0.989029	32	14.579279	+ 14	34.5
34.6	1.003673	10	14.629091	— 4	0.989061	32	14.622722	+ 15	34.6
34.7	1.003663	11	14.672516	— 4	0.989093	32	14.666166	+ 14	34.7
34.8	1.003652	11	14.715941	— 4	0.989125_	31	14.709609	+ 14	34.8
34.9	1.003641	10	14.759366	— 4	0.989156	32	14.753052	+ 14	34.9
35.0	1.003631	11	14.802791	— 4	0.989188	31	14.796495	+ 15	35.0
35.1	1.003620	10	14.846216	— 4	0.989219	31	14.839939	+ 14	35.1
35.2	1.003610	11	14.889641	— 4	0.989250	30	14.883382	+ 14	35.2
35.3	1.003599	10	14.933066	— 4	0.989280	31	14.926825	+ 13	35.3
35.4	1.003589	10	14.976491	— 4	0.989311	30	14.970267	+ 14	35.4
35.5	1.003579	11	15.019916	— 4	0.989341	30	15.013710	+ 14	35.5
35.6	1.003568	10	15.063341	— 4	0.989371	30	15.057153	+ 14	35.6
35.7	1.003558	10	15.106766	— 4	0.989401	30	15.100596	+ 13	35.7
35.8	1.003548	10	15.150191	— 4	0.989431	30	15.144038	+ 14	35.8
35.9	1.003538	10	15.193616	— 4	0.989461	30	15.187481	+ 13	35.9
36.0	1.003528		15.237041		0.989491		15.230923		36.0

36.0 . . 39.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$	Δ	x
			43429				43429		
36.0	1.003528	10	15.237041	−4	0.989491	29	15.230923	+13	36.0
36.1	1.003518	10	15.280466	−4	0.989520	29	15.274365	+14	36.1
36.2	1.003508	10	15.323891	−4	0.989549	29	15.317808	+13	36.2
36.3	1.003498	9	15.367316	−3	0.989578	29	15.361250	+13	36.3
36.4	1.003489	10	15.410742	−4	0.989607	29	15.404692	+13	36.4
36.5	1.003479	10	15.454167	−4	0.989636	28	15.448134	+13	36.5
36.6	1.003469	9	15.497592	−4	0.989664	29	15.491576	+13	36.6
36.7	1.003460	10	15.541017	−3	0.989693	28	15.535018	+13	36.7
36.8	1.003450	9	15.584443	−4	0.989721	28	15.578460	+12	36.8
36.9	1.003441	10	15.627868	−3	0.989749	28	15.621901	+13	36.9
37.0	1.003431	9	15.671294	−4	0.989777	28	15.665343	+13	37.0
37.1	1.003422	9	15.714719	−4	0.989805_0	28	15.708785	+13	37.1
37.2	1.003413	10	15.758144	−3	0.989833	27	15.752227	+12	37.2
37.3	1.003403	9	15.801570	−4	0.989860	28	15.795668	+13	37.3
37.4	1.003394	9	15.844995	−3	0.989888	27	15.839110	+12	37.4
37.5	1.003385_-	9	15.888421	−4	0.989915_-	27	15.882551	+13	37.5
37.6	1.003376	9	15.931846	−3	0.989942	27	15.925993	+12	37.6
37.7	1.003367	9	15.975272	−4	0.989969	26	15.969434	+12	37.7
37.8	1.003358	9	16.018697	−3	0.989995_+	27	16.012875	+12	37.8
37.9	1.003349	9	16.062123	−4	0.990022	26	16.056316	+12	37.9
38.0	1.003340	9	16.105548	−3	0.990048	27	16.099757	+12	38.0
38.1	1.003331	9	16.148974	−4	0.990075_-	26	16.143198	+12	38.1
38.2	1.003322	9	16.192399	−3	0.990101	26	16.186639	+12	38.2
38.3	1.003313	9	16.235825	−3	0.990127	26	16.230080	+11	38.3
38.4	1.003304	8	16.279251	−4	0.990153	26	16.273520	+12	38.4
38.5	1.003296	9	16.322676	−3	0.990179	25	16.316961	+12	38.5
38.6	1.003287	9	16.366102	−3	0.990204	26	16.360402	+12	38.6
38.7	1.003278	8	16.409528	−3	0.990230	25	16.403843	+11	38.7
38.8	1.003270	9	16.452954	−4	0.990255_+	26	16.447283	+12	38.8
38.9	1.003261	9	16.496379	−3	0.990281	25	16.490724	+11	38.9
39.0	1.003252		16.539805		0.990306		16.534164		39.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$	Δ	x
			43429				43429		
39.0	1.003252	8	16.539805	− 3	0.990306	25	16.534164	+ 11	39.0
39.1	1.003244	8	16.583231	− 3	0.990331	25	16.577604	+ 12	39.1
39.2	1.003236	9	16.626657	− 3	0.990356	24	16.621045	+ 11	39.2
39.3	1.003227	8	16.670083	− 4	0.990380	25	16.664485	+ 11	39.3
39.4	1.003219	8	16.713508	− 3	0.990405_	24	16.707925	+ 12	39.4
39.5	1.003211	8	16.756934	− 3	0.990429	25	16.751366	+ 11	39.5
39.6	1.003203	9	16.800360	− 3	0.990454	24	16.794806	+ 11	39.6
39.7	1.003194	8	16.843786	− 3	0.990478	24	16.838246	+ 11	39.7
39.8	1.003186	8	16.887212	− 3	0.990502	24	16.881686	+ 11	39.8
39.9	1.003178	8	16.930638	− 3	0.990526	24	16.925126	+ 11	39.9
40.0	1.003170	8	16.974064	− 3	0.990550	24	16.968566	+ 11	40.0
40.1	1.003162	8	17.017490	− 3	0.990574	23	17.012006	+ 10	40.1
40.2	1.003154	8	17.060916	− 3	0.990597	24	17.055445	+ 11	40.2
40.3	1.003146	8	17.104342	− 3	0.990621	23	17.098885	+ 11	40.3
40.4	1.003138	8	17.147768	− 3	0.990644	24	17.142325	+ 10	40.4
40.5	1.003130	7	17.191194	− 3	0.990668	23	17.185764	+ 11	40.5
40.6	1.003123	8	17.234620	− 3	0.990691	23	17.229204	+ 11	40.6
40.7	1.003115_	8	17.278046	− 3	0.990714	23	17.272644	+ 10	40.7
40.8	1.003107	8	17.321472	− 3	0.990737	23	17.316083	+ 11	40.8
40.9	1.003099	7	17.364898	− 3	0.990760	22	17.359523	+ 10	40.9
41.0	1.003092	8	17.408324	− 2	0.990782	23	17.402962	+ 10	41.0
41.1	1.003084	8	17.451751	− 3	0.990805_	22	17.446401	+ 11	41.1
41.2	1.003076	7	17.495177	− 3	0.990827	23	17.489841	+ 10	41.2
41.3	1.003069	8	17.538603	− 3	0.990850	22	17.533280	+ 10	41.3
41.4	1.003061	7	17.582029	− 3	0.990872	22	17.576719	+ 10	41.4
41.5	1.003054	8	17.625455	− 3	0.990894	22	17.620158	+ 11	41.5
41.6	1.003046	7	17.668881	− 2	0.990916	22	17.663598	+ 10	41.6
41.7	1.003039	7	17.712308	− 3	0.990938	22	17.707037	+ 10	41.7
41.8	1.003032	8	17.755734	− 3	0.990960	22	17.750476	+ 10	41.8
41.9	1.003024	7	17.799160	− 2	0.990982	22	17.793915	+ 9	41.9
42.0	1.003017		17.842587		0.991004		17.837353		42.0

48.0 . . 50.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$		x
				43429				43429	
48.0	1.002635$_+$		20.448188		0.992136		20.443616		48.0
		5		−2		16		+8	
48.1	1.002630		20.491615		0.992152		20.487053		48.1
		6		−2		17		+8	
48.2	1.002624		20.535042		0.992169		20.530490		48.2
		5		−2		16		+7	
48.3	1.002619		20.578469		0.992185$_-$		20.573926		48.3
		6		−2		16		+8	
48.4	1.002613		20.621896		0.992201		20.617363		48.4
		5		−2		16		+7	
48.5	1.002608		20.665323		0.992217		20.660799		48.5
		6		−1		16		+8	
48.6	1.002602		20.708751		0.992233		20.704236		48.6
		5		−2		16		+7	
48.7	1.002597		20.752178		0.992249		20.747672		48.7
		5		−2		16		+8	
48.8	1.002592		20.795605		0.992265$_+$		20.791109		48.8
		6		−2		16		+7	
48.9	1.002586		20.839032		0.992281		20.834545		48.9
		5		−2		16		+7	
49.0	1.002581		20.882459		0.992297		20.877981		49.0
		5		−2		16		+8	
49.1	1.002576		20.925886		0.992313		20.921418		49.1
		6		−2		16		+7	
49.2	1.002570		20.969313		0.992329		20.964854		49.2
		5		−2		15		+7	
49.3	1.002565$_0$		21.012740		0.992344		21.008290		49.3
		5		−1		16		+8	
49.4	1.002560		21.056168		0.992360		21.051727		49.4
		5		−2		16		+7	
49.5	1.002555$_-$		21.099595		0.992376		21.095163		49.5
		6		−2		15		+7	
49.6	1.002549		21.143022		0.992391		21.138599		49.6
		5		−2		15		+7	
49.7	1.002544		21.186449		0.992406		21.182035		49.7
		5		−2		16		+7	
49.8	1.002539		21.229876		0.992422		21.225471		49.8
		5		−1		15		+8	
49.9	1.002534		21.273304		0.992437		21.268908		49.9
		5		−2		15		+7	
50.0	1.002529		21.316731		0.992452		21.312344		50.0

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	43429.4
2	86858.8
3	130288.2
4	173717.6
5	217147.0
6	260576.4
7	304005.8
8	347435.2
9	390864.6

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$			$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$		x
				434294					434294	
50	1.002529	50	21.316731	— 21	0.992452	149		21.312344	+ 65	50
51	1.002479	49	21.751004	— 21	0.992601	143	6	21.746703	+ 63	51
52	1.002430	46	22.185277	— 19	0.992744	138	5	22.181060	+ 61	52
53	1.002384	45	22.619552	— 19	0.992882	133	5	22.615415	+ 59	53
54	1.002339	43	23.053827	— 18	0.993015_	128	5	23.049768	+ 56	54
55	1.002296	41	23.488103	— 18	0.993143	123	5	23.484118	+ 54	55
56	1.002255_	40	23.922379	— 17	0.993266	118	5	23.918466	+ 53	56
57	1.002215$_0$	39	24.356656	— 16	0.993384	115	3	24.352813	+ 50	57
58	1.002176	37	24.790934	— 15	0.993499	111	4	24.787157	+ 49	58
59	1.002139	36	25.225213	— 16	0.993610	107		25.221500	+ 48	59
60	1.002103	35	25.659491	— 14	0.993717	103		25.655842	+ 45	60
61	1.002068	33	26.093771	— 14	0.993820	101		26.090181	+ 44	61
62	1.002035_	33	26.528051	— 14	0.993921	97		26.524519	+ 43	62
63	1.002002	31	26.962331	— 13	0.994018	94		26.958856	+ 42	63
64	1.001971	31	27.396612	— 13	0.994112	91		27.393192	+ 40	64
65	1.001940	30	27.830893	— 12	0.994203	88		27.827526	+ 39	65
66	1.001910	28	28.265175	— 12	0.994291	86		28.261859	+ 38	66
67	1.001882	28	28.699457	— 12	0.994377	83		28.696191	+ 37	67
68	1.001854	27	29.133739	— 11	0.994460	80		29.130522	+ 36	68
69	1.001827	27	29.568022	— 11	0.994540	79		29.564852	+ 34	69
70	1.001800		30.002305		0.994619			29.999180		70

1.002034735691 .993920686764

70 . . 100

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$		$\log\sqrt{x}L_0(x)$	434294	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$		$\log\sqrt{x}L_1(x)$	434294	x
70	1.001800	25	30.002305	− 11	0.994619	76	29.999180	+ 34	70
71	1.001775_	25	30.436588	− 10	0.994695_	74	30.433508	+ 33	71
72	1.001750	24	30.870872	− 10	0.994769	72	30.867835	+ 32	72
73	1.001726	24	31.305156	− 10	0.994841	70	31.302161	+ 31	73
74	1.001702	23	31.739440	− 9	0.994911	68	31.736486	+ 30	74
75	1.001679	22	32.173725	− 9	0.994979	66	32.170810	+ 29	75
76	1.001657	22	32.608010	− 9	0.995045+	65	32.605133	+ 29	76
77	1.001635+	21	33.042295	− 9	0.995110	63	33.039456	+ 28	77
78	1.001614	20	33.476580	− 8	0.995173	61	33.473778	+ 27	78
79	1.001594	20	33.910866	− 9	0.995234	60	33.908099	+ 27	79
80	1.001574	20	34.345151	− 8	0.995294	58	34.342420	+ 26	80
81	1.001554	19	34.779437	− 7	0.995352	57	34.776740	+ 25	81
82	1.001535_	19	35.213724	− 8	0.995409	56	35.211059	+ 25	82
83	1.001516	18	35.648010	− 7	0.995465_	54	35.645378	+ 24	83
84	1.001498	18	36.082297	− 8	0.995519	53	36.079696	+ 24	84
85	1.001480	17	36.516583	− 7	0.995572	52	36.514014	+ 23	85
86	1.001463	17	36.950870	− 6	0.995624	50	36.948331	+ 22	86
87	1.001446	16	37.385158	− 7	0.995674	49	37.382647	+ 22	87
88	1.001430	16	37.819445	− 7	0.995723	49	37.816963	+ 22	88
89	1.001414	16	38.253732	− 6	0.995772	47	38.251279	+ 21	89
90	1.001398	16	38.688020	− 6	0.995819	46	38.685594	+ 20	90
91	1.001382	15	39.122308	− 6	0.995865_	45	39.119908	+ 20	91
92	1.001367	15	39.556596	− 6	0.995910	44	39.554222	+ 20	92
93	1.001352	14	39.990884	− 6	0.995954	43	39.988536	+ 19	93
94	1.001338	14	40.425172	− 6	0.995997	42	40.422849	+ 19	94
95	1.001324	14	40.859460	− 5	0.996039	42	40.857162	+ 19	95
96	1.001310	14	41.293749	− 6	0.996081	40	41.291475	+ 18	96
97	1.001296	13	41.728037	− 5	0.996121	40	41.725787	+ 18	97
98	1.001283	13	42.162326	− 5	0.996161	39	42.160099	+ 17	98
99	1.001270	13	42.596615	− 5	0.996200	38	42.594410	+ 17	99
100	1.001257		43.030904		0.996238		43.028721		100

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log\sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log\sqrt{x}\,L_1(x)$		x
			434294				434294		
100	1.001257	12	43.030904	−5	0.996238	37	43.028721	+17	100
101	1.001245_	13	43.465193	−5	0.996275+	37	43.463032	+17	101
102	1.001232	12	43.899482	−5	0.996312	36	43.897343	+16	102
103	1.001220	12	44.333771	−4	0.996348	35	44.331653	+16	103
104	1.001208	11	44.768061	−5	0.996383	35	44.765963	+15	104
105	1.001197	12	45.202350	−4	0.996418	34	45.200272	+15	105
106	1.001185+	11	45.636640	−5	0.996452	33	45.634581	+15	106
107	1.001174	10	46.070929	−4	0.996485+	33	46.068890	+15	107
108	1.001164	11	46.505219	−4	0.996518	32	46.503199	+15	108
109	1.001153	11	46.939509	−4	0.996550	31	46.937508	+14	109
110	1.001142	10	47.373799	−4	0.996581	31	47.371816	+14	110
111	1.001132	10	47.808089	−4	0.996612	30	47.806124	+13	111
112	1.001122	10	48.242379	−4	0.996642	30	48.240431	+14	112
113	1.001112	10	48.676669	−4	0.996672	29	48.674739	+13	113
114	1.001102	10	49.110959	−3	0.996701	29	49.109046	+13	114
115	1.001092	9	49.545250	−4	0.996730	28	49.543353	+13	115
116	1.001083	10	49.979540	−4	0.996758	28	49.977660	+12	116
117	1.001073	9	50.413830	−3	0.996786	27	50.411966	+13	117
118	1.001064	9	50.848121	−4	0.996813	27	50.846273	+12	118
119	1.001055+	8	51.282411	−3	0.996840	27	51.280579	+12	119
120	1.001047	9	51.716702	−3	0.996867	26	51.714885	+12	120
121	1.001038	9	52.150993	−4	0.996893	25	52.149191	+11	121
122	1.001029	8	52.585283	−3	0.996918	25	52.583496	+12	122
123	1.001021	8	53.019574	−3	0.996943	25	53.017802	+11	123
124	1.001013	8	53.453865	−3	0.996968	24	53.452107	+11	124
125	1.001005_	8	53.888156	−3	0.996992	24	53.886412	+11	125
126	1.000997	8	54.322447	−3	0.997016	24	54.320717	+11	126
127	1.000989	8	54.756738	−3	0.997040	23	54.755022	+10	127
128	1.000981	8	55.191029	−2	0.997063	23	55.189326	+11	128
129	1.000973	7	55.625321	−3	0.997086	22	55.623631	+10	129
130	1.000966		56.059612		0.997108		56.057935		130

130 . . 160

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$	Δ	x
				434294				434294	
130	1.000966	8	56.059612	− 3	0.997108	23	56.057935	+ 10	130
131	1.000958	7	56.493903	− 3	0.997131	21	56.492239	+ 10	131
132	1.000951	7	56.928194	− 2	0.997152	22	56.926543	+ 10	132
133	1.000944	7	57.362486	− 3	0.997174	21	57.360847	+ 10	133
134	1.000937	7	57.796777	− 2	0.997195$_0$	21	57.795151	+ 9	134
135	1.000930	7	58.231069	− 3	0.997216	20	58.229454	+ 10	135
136	1.000923	7	58.665360	− 2	0.997236	21	58.663758	+ 9	136
137	1.000916	6	59.099652	− 3	0.997257	19	59.098061	+ 9	137
138	1.000910	7	59.533943	− 2	0.997276	20	59.532364	+ 9	138
139	1.000903	6	59.968235	− 2	0.997296	19	59.966667	+ 9	139
140	1.000897	7	60.402527	− 3	0.997315+	19	60.400970	+ 9	140
141	1.000890	6	60.836818	− 2	0.997334	19	60.835273	+ 9	141
142	1.000884	6	61.271110	− 2	0.997353	19	61.269576	+ 8	142
143	1.000878	7	61.705402	− 2	0.997372	18	61.703878	+ 8	143
144	1.000871	6	62.139694	− 2	0.997390	18	62.138180	+ 9	144
145	1.000865+	6	62.573986	− 3	0.997408	18	62.572483	+ 8	145
146	1.000859	5	63.008277	− 2	0.997426	18	63.006785	+ 8	146
147	1.000854	6	63.442569	− 2	0.997444	17	63.441087	+ 8	147
148	1.000848	6	63.876861	− 2	0.997461	17	63.875389	+ 8	148
149	1.000842	6	64.311153	− 2	0.997478	17	64.309691	+ 8	149
150	1.000836	5	64.745445	− 2	0.997495−	17	64.743993	+ 8	150
151	1.000831	6	65.179737	− 1	0.997512	16	65.178295	+ 7	151
152	1.000825+	5	65.614030	− 2	0.997528	16	65.612596	+ 8	152
153	1.000820	5	66.048322	− 2	0.997544	16	66.046898	+ 7	153
154	1.000815−	6	66.482614	− 2	0.997560	16	66.481199	+ 8	154
155	1.000809	5	66.916906	− 2	0.997576	15	66.915501	+ 7	155
156	1.000804	5	67.351198	− 1	0.997591	16	67.349802	+ 7	156
157	1.000799	5	67.785491	− 2	0.997607	15	67.784103	+ 7	157
158	1.000794	5	68.219783	− 2	0.997622	15	68.218404	+ 7	158
159	1.000789	5	68.654075	− 1	0.997637	15	68.652705	+ 7	159
160	1.000784		69.088368		0.997652		69.087006		160

160 . . 190

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$	Δ	$\log\sqrt{x}L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$	Δ	$\log\sqrt{x}L_1(x)$	Δ	x
				434294				434294	
160	1.000784	5	69.088368	− 2	0.997652	14	69.087006	+ 7	160
161	1.000779	5	69.522660	− 2	0.997666	15	69.521307	+ 7	161
162	1.000774	4	69.956952	− 1	0.997681	14	69.955608	+ 6	162
163	1.000770	5	70.391245	− 2	0.997695_0	14	70.389908	+ 7	163
164	1.000765_	5	70.825537	− 1	0.997709	14	70.824209	+ 7	164
165	1.000760	4	71.259830	− 2	0.997723	14	71.258510	+ 6	165
166	1.000756	5	71.694122	− 2	0.997737	13	71.692810	+ 6	166
167	1.000751	5	72.128414	− 1	0.997750	14	72.127110	+ 7	167
168	1.000747	4	72.562707	− 1	0.997764	13	72.561411	+ 6	168
169	1.000742	4	72.997000	− 2	0.997777	13	72.995711	+ 6	169
170	1.000738	5	73.431292	− 1	0.997790	13	73.430011	+ 6	170
171	1.000733	4	73.865585	− 2	0.997803	13	73.864311	+ 6	171
172	1.000729	4	74.299877	− 1	0.997816	12	74.298611	+ 6	172
173	1.000725_	4	74.734170	− 1	0.997828	13	74.732911	+ 6	173
174	1.000721	4	75.168463	− 2	0.997841	12	75.167211	+ 6	174
175	1.000717	5	75.602755	− 1	0.997853	13	75.601511	+ 6	175
176	1.000712	4	76.037048	− 1	0.997866	12	76.035811	+ 6	176
177	1.000708	4	76.471341	− 1	0.997878	12	76.470111	+ 5	177
178	1.000704	4	76.905634	− 2	0.997890	11	76.904410	+ 6	178
179	1.000700	3	77.339926	− 1	0.997901	12	77.338710	+ 6	179
180	1.000697	4	77.774219	− 1	0.997913	12	77.773010	+ 5	180
181	1.000693	4	78.208512	− 1	0.997925_	11	78.207309	+ 5	181
182	1.000689	4	78.642805	− 1	0.997936	11	78.641608	+ 6	182
183	1.000685+	3	79.077098	− 1	0.997947	11	79.075908	+ 5	183
184	1.000682	4	79.511391	− 2	0.997958	12	79.510207	+ 5	184
185	1.000678	4	79.945683	− 1	0.997970	10	79.944506	+ 6	185
186	1.000674	4	80.379976	− 1	0.997980	11	80.378806	+ 5	186
187	1.000670	3	80.814269	− 1	0.997991	11	80.813105	+ 5	187
188	1.000667	4	81.248562	− 1	0.998002	11	81.247404	+ 5	188
189	1.000663	3	81.682855	− 1	0.998013	10	81.681703	+ 5	189
190	1.000660		82.117148		0.998023		82.116002		190

190 .. 200

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x} L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x} L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$		x
				434294				434294	
190	1.000660		82.117148		0.998023		82.116002		190
		4		— 1		11		+ 5	
191	1.000656		82.551441		0.998034		82.550301		191
		3		— 1		10		+ 5	
192	1.000653		82.985734		0.998044		82.984600		192
		3		— 1		10		+ 5	
193	1.000650		83.420027		0.998054		83.418899		193
		4		— 1		10		+ 5	
194	1.000646		83.854320		0.998064		83.853198		194
		3		— 1		10		+ 5	
195	1.000643		84.288613		0.998074		84.287497		195
		3		— 1		10		+ 4	
196	1.000640		84.722906		0.998084		84.721795		196
		4		— 1		9		+ 5	
197	1.000636		85.157199		0.998093		85.156094		197
		3		— 1		10		+ 5	
198	1.000633		85.591492		0.998103		85.590393		198
		3		— 1		10		+ 4	
199	1.000630		86.025785		0.998113		86.024691		199
		3		— 1		9		+ 5	
200	1.000627		86.460078		0.998122		86.458990		200

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	434294.5
2	868589.0
3	1302883.5
4	1737178.0
5	2171472.5
6	2605767.0
7	3040061.5
8	3474356.0
9	3908650.5

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$			$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$		x
				4.342945					4.342945	
200	1.000627		86.460078		0.998122			86.458990		200
		30		— 13		90			+ 39	
210	1.000597		90.803010		0.998212		9	90.801974		210
		27		— 12		81			+ 35	
220	1.000570		95.145943		0.998293		7	95.144954		220
		25		— 11		74			+ 32	
230	1.000545_		99.488877		0.998367		6	99.487931		230
		23		— 10		68			+ 30	
240	1.000522		103.831812		0.998435+		5	103.830906		240
		21		— 9		63			+ 27	
250	1.000501		108.174748		0.998498		5	108.173878		250
		19		— 9		58			+ 25	
260	1.000482		112.517684		0.998556		5	112.516848		260
		18		— 7		53			+ 23	
270	1.000464		116.860622		0.998609			116.859816		270
		17		— 8		50			+ 21	
280	1.000447		121.203559		0.998659			121.202782		280
		15		— 7		46			+ 20	
290	1.000432		125.546497		0.998705+			125.545747		290
		14		— 6		44			+ 19	
300	1.000418		129.889436		0.998749			129.888711		300
		14		— 6		40			+ 17	
310	1.000404		134.232375		0.998789			134.231673		310
		13		— 6		38			+ 16	
320	1.000391		138.575314		0.998827			138.574634		320
		12		— 5		36			+ 16	
330	1.000379		142.918254		0.998863			142.917595		330
		11		— 5		33			+ 14	
340	1.000368		147.261194		0.998896			147.260554		340
		10		— 5		32			+ 14	
350	1.000358		151.604134		0.998928			151.603513		350
		10		— 5		29			+ 13	
360	1.000348		155.947074		0.998957			155.946471		360
		10		— 4		29			+ 12	
370	1.000338		160.290015		0.998986			160.289428		370
		9		— 4		26			+ 11	
380	1.000329		164.632956		0.999012			164.632384		380
		8		— 4		26			+ 11	
390	1.000321		168.975897		0.999038			168.975340		390
		8		— 3		24			+ 10	
400	1.000313		173.318839		0.999062			173.318295		400

400 . . 700

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}L_0(x)$	Δ	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$	Δ	$\log \sqrt{x}L_1(x)$	Δ	x
				4.342945				4.342945	
400	1.000313		173.318839		0.999062		173.318295		400
		8		−4		23		+10	
410	1.000305+		177.661780		0.999085_		177.661250		410
		7		−3		21		+9	
420	1.000298		182.004722		0.999106		182.004204		420
		7		−3		21		+9	
430	1.000291		186.347664		0.999127		186.347158		430
		7		−3		20		+8	
440	1.000284		190.690606		0.999147		190.690111		440
		6		−3		19		+8	
450	1.000278		195.033548		0.999166		195.033064		450
		6		−3		18		+8	
460	1.000272		199.376490		0.999184		199.376017		460
		6		−3		18		+8	
470	1.000266		203.719432		0.999202		203.718970		470
		5		−2		16		+7	
480	1.000261		208.062375		0.999218		208.061922		480
		6		−3		16		+6	
490	1.000255+		212.405317		0.999234		212.404873		490
		5		−2		15		+7	
500	1.000250		216.748260		0.999249		216.747825		500
		5		−3		15		+6	
510	1.000245+		221.091202		0.999264		221.090776		510
		4		−2		14		+6	
520	1.000241		225.434145		0.999278		225.433727		520
		5		−2		14		+6	
530	1.000236		229.777088		0.999292		229.776678		530
		4		−2		13		+5	
540	1.000232		234.120031		0.999305+		234.119628		540
		4		−2		13		+6	
550	1.000228		238.462974		0.999318		238.462579		550
		5		−2		12		+5	
560	1.000223		242.805917		0.999330		242.805529		560
		3		−2		12		+5	
570	1.000220		247.148860		0.999342		247.148479		570
		4		−2		11		+5	
580	1.000216		251.491803		0.999353		251.491429		580
		4		−1		11		+4	
590	1.000212		255.834747		0.999364		255.834378		590
		4		−2		11		+5	
600	1.000208		260.177690		0.999375_		260.177328		600
		3		−2		10		+4	
610	1.000205+		264.520633		0.999385_		264.520277		610
		3		−2		10		+4	
620	1.000202		268.863576		0.999395_		268.863226		620
		3		−1		9		+4	
630	1.000199		273.206520		0.999404		273.206175		630
		3		−2		10		+4	
640	1.000196		277.549463		0.999414		277.549124		640
		3		−1		9		+3	
650	1.000193		281.892407		0.999423		281.892072		650
		3		−2		9		+4	
660	1.000190		286.235350		0.999432		286.235021		660
		3		−1		8		+4	
670	1.000187		290.578294		0.999440		290.577970		670
		3		−1		8		+3	
680	1.000184		294.921238		0.999448		294.920918		680
		3		−2		8		+3	
690	1.000181		299.264181		0.999456		299.263866		690
		2		−1		8		+4	
700	1.000179		303.607125		0.999464		303.606815		700

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\,L_1(x)$		x
			4.342945				4.342945		
700	1.000179		303.607125		0.999464		303.606815		700
		3		−1		8		+3	
710	1.000176		307.950069		0.999472		307.949763		710
		2		−2		7		+3	
720	1.000174		312.293012		0.999479		312.292711		720
		3		−1		7		+3	
730	1.000171		316.635956		0.999486		316.635659		730
		2		−1		7		+2	
740	1.000169		320.978900		0.999493		320.978606		740
		2		−1		7		+3	
750	1.000167		325.321844		0.999500		325.321554		750
		2		−1		6		+3	
760	1.000165_-		329.664788		0.999506		329.664502		760
		3		−1		7		+2	
770	1.000162		334.007732		0.999513		334.007449		770
		2		−1		6		+3	
780	1.000160		338.350676		0.999519		338.350397		780
		2		−1		6		+2	
790	1.000158		342.693620		0.999525_+		342.693344		790
		2		−2		6		+3	
800	1.000156		347.036563		0.999531		347.036292		800
		2		−1		6		+2	
810	1.000154		351.379507		0.999537		351.379239		810
		2		−1		5		+2	
820	1.000152		355.722451		0.999542		355.722186		820
		1		−1		6		+3	
830	1.000151		360.065395		0.999548		360.065134		830
		2		−1		5		+2	
840	1.000149		364.408339		0.999553		364.408081		840
		2		0		6		+2	
850	1.000147		368.751284		0.999559		368.751028		850
		1		−1		5		+2	
860	1.000146		373.094228		0.999564		373.093975		860
		2		−1		5		+2	
870	1.000144		377.437172		0.999569		377.436922		870
		2		−1		5		+2	
880	1.000142		381.780116		0.999574		381.779869		880
		1		−1		4		+2	
890	1.000141		386.123060		0.999578		386.122816		890
		2		−1		5		+2	
900	1.000139		390.466004		0.999583		390.465763		900
		1		−1		5		+2	
910	1.000138		394.808948		0.999588		394.808710		910
		2		−1		4		+1	
920	1.000136		399.151892		0.999592		399.151656		920
		1		0		5		+2	
930	1.000135_-		403.494837		0.999597		403.494603		930
		2		−1		4		+2	
940	1.000133		407.837781		0.999601		407.837550		940
		1		−1		4		+1	
950	1.000132		412.180725		0.999605_+		412.180496		950
		2		−1		4		+2	
960	1.000130		416.523669		0.999609		416.523443		960
		1		−1		4		+2	
970	1.000129		420.866613		0.999613		420.866390		970
		1		0		4		+1	
980	1.000128		425.209558		0.999617		425.209336		980
		2		−1		4		+1	
990	1.000126		429.552502		0.999621		429.552282		990
		1		−1		4		+2	
1000	1.000125_+		433.895446		0.999625_-		433.895229		1000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	4342944.8
2	8685889.6
3	13028834.4
4	17371779.2
5	21714724.0
6	26057668.8
7	30400613.6
8	34743558.4
9	39086503.2

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$		$\log\sqrt{x}L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$		$\log\sqrt{x}L_1(x)$		x
			43.429448				43.429448		
1000	1.000125_{+}		433.895446		0.999625_{-}		433.895229		1000
		11		— 5		34		+ 15	
1100	1.000114		477.324889		0.999659	6	477.324692		1100
		10		— 4		28		+ 12	
1200	1.000104		520.754333		0.999687		520.754152		1200
		8		— 3		24		+ 11	
1300	1.000096		564.183778		0.999711		564.183611		1300
		7		— 3		21		+ 9	
1400	1.000089		607.613223		0.999732		607.613068		1400
		6		— 2		18		+ 8	
1500	1.000083		651.042669		0.999750		651.042524		1500
		5		— 2		16		+ 7	
1600	1.000078		694.472115		0.999766		694.471979		1600
		4		— 2		13		+ 6	
1700	1.000074		737.901561		0.999779		737.901433		1700
		5		— 1		13		+ 6	
1800	1.000069		781.331008		0.999792		781.330887		1800
		3		— 2		11		+ 5	
1900	1.000066		824.760454		0.999803		824.760340		1900
		3		— 1		9		+ 4	
2000	1.000063		868.189901		0.999812		868.189792		2000
		3		— 1		9		+ 4	
2100	1.000060		911.619348		0.999821		911.619244		2100
		3		— 1		8		+ 4	
2200	1.000057		955.048795		0.999829		955.048696		2200
		3		— 1		8		+ 4	
2300	1.000054		998.478242		0.999837		998.478148		2300
		2		— 1		7		+ 3	
2400	1.000052		1041.907689		0.999844		1041.907599		2400
		2		— 1		6		+ 3	
2500	1.000050		1085.337136		0.999850		1085.337050		2500
		2		0		6		+ 2	
2600	1.000048		1128.766584		0.999856		1128.766500		2600
		2		— 1		5		+ 3	
2700	1.000046		1172.196031		0.999861		1172.195951		2700
		1		0		5		+ 2	
2800	1.000045_{-}		1215.625479		0.999866		1215.625401		2800
		2		— 1		5		+ 2	
2900	1.000043		1259.054926		0.999871		1259.054851		2900
		1		0		4		+ 2	
3000	1.000042		1302.484374		0.999875_0		1302.484301		3000

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$		$\log\sqrt{x}L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$		$\log\sqrt{x}L_1(x)$		x
				43.429448				43.429448	
3000	1.000042		1302.484374		0.999875_0		1302.484301		3000
		2		− 1		4		+ 2	
3100	1.000040		1345.913821		0.999879		1345.913751		3100
		1		0		4		+ 2	
3200	1.000039		1389.343269		0.999883		1389.343201		3200
		1		0		3		+ 2	
3300	1.000038		1432.772717		0.999886		1432.772651		3300
		1		− 1		4		+ 2	
3400	1.000037		1476.202164		0.999890		1476.202101		3400
		1		0		3		+ 1	
3500	1.000036		1519.631612		0.999893		1519.631550		3500
		1		0		3		+ 2	
3600	1.000035_-		1563.061060		0.999896		1563.061000		3600
		1		0		3		+ 1	
3700	1.000034		1606.490508		0.999899		1606.490449		3700
		1		0		2		+ 1	
3800	1.000033		1649.919956		0.999901		1649.919898		3800
		1		− 1		3		+ 2	
3900	1.000032		1693.349403		0.999904		1693.349348		3900
		1		0		2		+ 1	
4000	1.000031		1736.778851		0.999906		1736.778797		4000
		1		0		2		+ 1	
4100	1.000030		1780.208299		0.999908		1780.208246		4100
		0		0		3		+ 1	
4200	1.000030		1823.637747		0.999911		1823.637695		4200
		1		0		2		+ 1	
4300	1.000029		1867.067195		0.999913		1867.067144		4300
		1		0		2		+ 1	
4400	1.000028		1910.496643		0.999915_-		1910.496593		4400
		0		0		2		+ 1	
4500	1.000028		1953.926091		0.999917		1953.926042		4500
		1		0		1		+ 1	
4600	1.000027		1997.355539		0.999918		1997.355491		4600
		0		− 1		2		+ 1	
4700	1.000027		2040.784986		0.999920		2040.784940		4700
		1		0		2		+ 1	
4800	1.000026		2084.214434		0.999922		2084.214389		4800
		0		0		1		+ 1	
4900	1.000026		2127.643882		0.999923		2127.643838		4900
		1		0		2		+ 1	
5000	1.000025_0		2171.073330		0.999925_0		2171.073287		5000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	43429448.2
2	86858896.4
3	130288344.6
4	173717792.8
5	217147241.0
6	260576689.2
7	304006137.4
8	347435585.6
9	390865033.8

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log\sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log\sqrt{x}\,L_1(x)$		x
			434.294482				434.294482		
5 000	1.000025_0	4	2171.073330	−2	0.999925_0	12	2171.073287	+5	5 000
6 000	1.000021	3	2605.367810	−1	0.999937	9	2605.367774	+4	6 000
7 000	1.000018	2	3039.662291	−1	0.999946	7	3039.662260	+3	7 000
8 000	1.000016	2	3473.956772	−1	0.999953	5	3473.956745	+2	8 000
9 000	1.000014	2	3908.251253	−1	0.999958	4	3908.251229	+2	9 000
10 000	1.000012	1	4342.545734	0	0.999962	4	4342.545713	+1	10 000
11 000	1.000011	1	4776.840216	−1	0.999966	3	4776.840196	+1	11 000
12 000	1.000010	0	5211.134697	0	0.999969	2	5211.134679	+1	12 000
13 000	1.000010	1	5645.429179	0	0.999971	2	5645.429162	+1	13 000
14 000	1.000009	1	6079.723661	−1	0.999973	2	6079.723645	+1	14 000
15 000	1.000008	0	6514.018142	0	0.999975_0	2	6514.018128	0	15 000
16 000	1.000008	1	6948.312624	0	0.999977	1	6948.312610	+1	16 000
17 000	1.000007	0	7382.607106	−1	0.999978	1	7382.607093	0	17 000
18 000	1.000007	0	7816.901587	0	0.999979	1	7816.901575	+1	18 000
19 000	1.000007	1	8251.196069	0	0.999980	1	8251.196058	0	19 000
20 000	1.000006		8685.490551		0.999981		8685.490540		20 000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	434294481.9
2	868588963.8
3	1302883445.7
4	1737177927.6
5	2171472409.5
6	2605766891.4
7	3040061373.3
8	3474355855.2
9	3908650337.1

x	$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_0'(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\, e^{-x} L_1(x)$		$\log \sqrt{x}\, L_1(x)$		x
			4342.944819				4342.944819		
20000	1.000006		8685.490551		0.999981		8685.490540		20000
		2		− 1		6		+ 3	
30000	1.000004		13028.435369		0.999987		13028.435362		30000
		1		− 1		4		+ 1	
40000	1.000003		17371.380187		0.999991		17371.380182		40000
		0		0		1		+ 1	
50000	1.000003		21714.325006		0.999992		21714.325002		50000
		1		0		2		0	
60000	1.000002		26057.269825		0.999994		26057.269821		60000
		0		0		1		+ 1	
70000	1.000002		30400.214644		0.999995$_-$		30400.214641		70000
		0		0		0		0	
80000	1.000002		34743.159463		0.999995$_+$		34743.159460		80000
		1		0		1		0	
90000	1.000001		39086.104282		0.999996		39086.104279		90000
		0		0		0		+ 1	
100000	1.000001		43429.049101		0.999996		43429.049099		100000
		0		0		1		0	
110000	1.000001		47771.993920		0.999997		47771.993918		110000
		0		0		0		0	
120000	1.000001		52114.938739		0.999997		52114.938737		120000
		0		0		0		0	
130000	1.000001		56457.883558		0.999997		56457.883556		130000
		0		0		0		0	
140000	1.000001		60800.828377		0.999997		60800.828375		140000
		0		0		1		0	
150000	1.000001		65143.773196		0.999998		65143.773194		150000
		0		0		0		+ 1	
160000	1.000001		69486.718015		0.999998		69486.718014		160000
		0		0		0		0	
170000	1.000001		73829.662834		0.999998		73829.662833		170000
		0		0		0		0	
180000	1.000001		78172.607653		0.999998		78172.607652		180000
		0		0		0		0	
190000	1.000001		82515.552472		0.999998		82515.552471		190000
		0		0		0		0	
200000	1.000001		86858.497291		0.999998		86858.497290		200000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	4342944819.0
2	8685889638.0
3	13028834457.0
4	17371779276.0
5	21714724095.0
6	26057668914.0
7	30400613733.0
8	34743558552.0
9	39086503371.0

x	$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x)$		$\log\sqrt{x}\,L_0(x)$		$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x)$		$\log\sqrt{x}\,L_1(x)$		x
			43429.448190				43429.448190		
200000	1.000001		86858.497291		0.999998		86858.497290		200000
		1		0		1		0	
300000	1.000000		130287.945481		0.999999		130287.945480		300000
		0		0		0		+1	
400000	1.000000		173717.393671		0.999999		173717.393671		400000
		0		+1		0		0	
500000	1.000000		217146.841862		0.999999		217146.841861		500000
		0		0		0		+1	
600000	1.000000		260576.290052		0.999999		260576.290052		600000
		0		0		0		0	
700000	1.000000		304005.738242		0.999999		304005.738242		700000
		0		+1		1		0	
800000	1.000000		347435.186433		1.000000		347435.186432		800000
		0		0		0		+1	
900000	1.000000		390864.634623		1.000000		390864.634623		900000
		0		0		0		0	
1000000	1.000000		434294.082813		1.000000		434294.082813		1000000

Von hier ab ist:

$$\sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_0(x) = \sqrt{2\pi x}\,e^{-x}L_1(x) = 1.000000$$

$$\log\sqrt{x}\,L_0(x) = \log\sqrt{x}\,L_1(x) = x\cdot\log e + 9.600910 - 10$$

wobei:

$1\cdot\log e = 0.434\ 294\ 481\ 903\ 251\ 827\ 65$	$6\cdot\log e = 2.605\ 766\ 891\ 419\ 510\ 965\ 91$
$2\cdot\log e = 0.868\ 588\ 963\ 806\ 503\ 655\ 30$	$7\cdot\log e = 3.040\ 061\ 373\ 322\ 762\ 793\ 56$
$3\cdot\log e = 1.302\ 883\ 445\ 709\ 755\ 482\ 95$	$8\cdot\log e = 3.474\ 355\ 855\ 226\ 014\ 621\ 21$
$4\cdot\log e = 1.737\ 177\ 927\ 613\ 007\ 310\ 60$	$9\cdot\log e = 3.908\ 650\ 337\ 129\ 266\ 448\ 86$
$5\cdot\log e = 2.171\ 472\ 409\ 516\ 259\ 138\ 26$	

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.